

ÉTUDE DE LA CONVECTION A L'INTÉRIEUR D'UNE CAVITE REMPLIE PAR UN FLUIDE CONDUCTEUR ET SOUMISE A UN CHAMP MAGNÉTIQUE EXTERNE

BOUCHAIR Rabah¹, OMARA Abdelsalam²

¹Université des Frères Mentouri, Département de Physique, Constantine, bou.rabah2010@gmail.com

²Université des Frères Mentouri, Département de Physique, Constantine, abdeslam_omara@yahoo.fr

RÉSUMÉ

Le phénomène de transfert de chaleur par convection mixte à l'intérieur d'une cavité carrée remplie par un fluide conducteur de l'électricité et soumise à un champ magnétique externe est présenté dans ce travail. La méthode des volumes finis est utilisée pour discrétiser le système d'équations de conservation. Le couplage Pression-Vitesse est assuré en utilisant l'algorithme SIMPLE. Une étude paramétrique est effectuée afin d'examiner l'effet des forces de flottabilité (nombre de Richardson Ri) et l'intensité de champ magnétique (nombre de Hartmann Ha) sur l'écoulement et le transfert de chaleur à l'intérieur de la cavité.

Mots Clés: *Convection Mixte, Magnétohydrodynamique, Volumes Finis, Fluide Conducteur.*

NOMENCLATURE

Symboles :

B_0	champ magnétique (T)
g	accélération de la pesanteur, $m \cdot s^{-2}$
Gr	nombre de Grashof
H	hauteur de la cavité, m
Ha	nombre de Hartmann
Nu	nombre de Nusselt local
Nu_m	nombre de Nusselt moyen
Pr	nombre de Prandtl
Re	nombre de Reynolds
Ri	nombre de Richardson
T	température, K
u	vitesse suivant x , $m \cdot s^{-1}$

U	vitesse adimensionnelle suivant X
v	vitesse suivant y , $m \cdot s^{-1}$
V	vitesse adimensionnelle suivant Y
x, y	coordonnée cartésienne, m
X, Y	coordonnée cartésienne adimensionnelle

Symboles grecs

α	diffusivité thermique, $m^2 \cdot s^{-1}$
β	coefficient de dilatation thermique, K^{-1}
μ	viscosité dynamique, $kg \cdot m^{-1} \cdot s^{-1}$
ν	viscosité cinématique, $m^2 \cdot s^{-1}$
σ	conductivité électrique ($1/\Omega \cdot m$)
θ	température adimensionnelle
ρ	masse volumique, $kg \cdot m^{-3}$

1. INTRODUCTION

Ces dernières années, beaucoup de travaux se sont intéressés au transfert de chaleur par convection mixte en présence d'un champ magnétique, appelé communément Magnétohydrodynamique (M.H.D). L'étude des écoulements MHD a suscité un intérêt considérable qui s'est traduit par un grand nombre de travaux à cause de son application dans plusieurs domaines. Ahmed et al. [1] ont présenté une étude numérique de la convection mixte magnétohydrodynamique dans une cavité inclinée. Les parois verticales sont soumises à une variation sinusoïdale de la température, tandis que les parois horizontales sont maintenues adiabatiques. La paroi horizontale supérieure est animée d'un mouvement de translation uniforme. Leurs résultats indiquent que le taux de transfert de chaleur s'améliore avec l'augmentation du nombre de Ha et l'angle d'inclinaison de la cavité. Dipin et al. [2] ont étudié numériquement la convection mixte en présence d'un champ magnétique dans la même

configuration. Ils ont constaté que le régime conductif est dominant pour des valeurs élevées du nombre de Ha (champ magnétique intense). L'effet de l'orientation d'un champ magnétique sur la convection mixte dans une cavité est examiné par Kefayati et al. [3]. Ils ont prouvé que pour une valeur de $Ri=100$, l'effet du champ magnétique horizontal est plus important que celui d'un champ magnétique vertical. Rahman et al. [4] ont analysé numériquement l'effet de Joule sur la convection mixte d'un écoulement magnétohydrodynamique dans une cavité munie d'un bloc solide. Ils ont démontré que l'effet de Joule modifie considérablement la structure de l'écoulement pour les deux régimes d'écoulement constatés: régime de convection naturelle dominante et régime de convection mixte.

Dans le de ce travail, nous présentons l'influence de la présence d'un champ magnétique externe sur le transfert de chaleur par convection mixte dans une cavité remplie par un fluide conducteur de l'électricité.

2. GEOMETRIE ETUDIE ET MODELE MATHEMATIQUE

La géométrie considérée dans ce travail est présentée dans la figure 1. Il s'agit d'une cavité carrée remplie par un fluide conducteur de l'électricité chauffée verticalement par un gradient de température. Les parois horizontales sont adiabatiques et sont animées d'un mouvement de translation suivant deux directions opposées. La cavité est soumise à l'effet d'un champ magnétique externe.

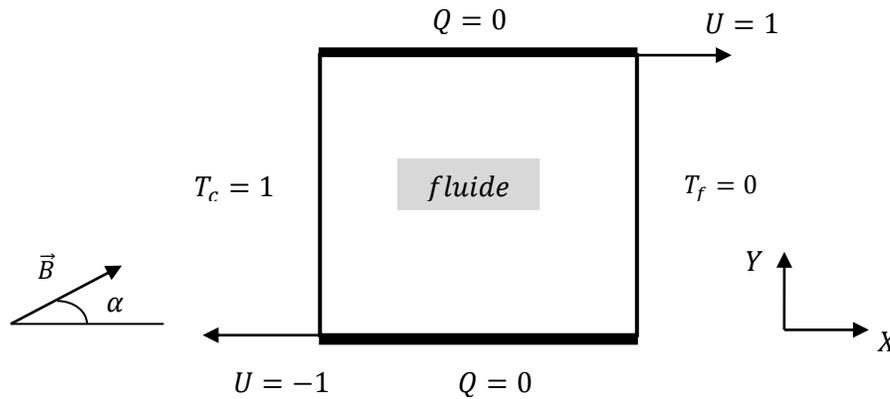


FIGURE 1. Géométrie du problème physique et conditions aux limites

En utilisant les variables adimensionnelles suivantes :

$$X = \frac{x}{H}, Y = \frac{y}{H}, U = \frac{u}{U_0}, V = \frac{v}{U_0}, \theta = \frac{T - T_c}{\Delta T}, P = \frac{p}{\rho U_0^2}$$

Les équations adimensionnelles régissant le phénomène de la convection mixte sous l'effet d'un champ magnétique externe sont [3]:

$$\frac{\partial U}{\partial X} + \frac{\partial V}{\partial Y} = 0 \quad (1)$$

$$U \frac{\partial U}{\partial X} + V \frac{\partial U}{\partial Y} = -\frac{\partial P}{\partial X} + \frac{1}{Re} \left[\frac{\partial^2 U}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial Y^2} \right] + \frac{Ha^2}{Re} [V \sin \alpha \cos \alpha - U \sin^2 \alpha] \quad (2)$$

$$U \frac{\partial V}{\partial X} + V \frac{\partial V}{\partial Y} = -\frac{\partial P}{\partial Y} + \frac{1}{Re} \left[\frac{\partial^2 V}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial Y^2} \right] + \frac{Ha^2}{Re} [U \sin \alpha \cos \alpha - V \cos^2 \alpha] + Ri \theta \quad (3)$$

$$U \frac{\partial \theta}{\partial X} + V \frac{\partial \theta}{\partial Y} = \frac{1}{RePr} \left[\frac{\partial^2 \theta}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial Y^2} \right] \quad (4)$$

La forme adimensionnelle des conditions aux limites est définie comme suit:

$$\begin{aligned} X = 0, \quad 0 \leq Y \leq 1 : U = 0, V = 0, \theta = 1 \\ X = 1, \quad 0 \leq Y \leq 1 : U = 0, V = 0, \theta = 0 \\ Y = 0, \quad 0 \leq X \leq 1 : U = -1, V = 0, \frac{\partial \theta}{\partial X} = 0 \\ Y = 1, \quad 0 \leq X \leq 1 : U = +1, V = 0, \frac{\partial \theta}{\partial X} = 0 \end{aligned}$$

3. MÉTHODE NUMÉRIQUE

Dans cette étude, la méthode des volumes finis est utilisée pour la discrétisation des équations de conservation de quantité de mouvement et d'énergie. L'algorithme SIMPLE est utilisé pour traiter le couplage Vitesse-Pression [5]. Avant de présenter les résultats numériques, nous avons examiné l'indépendance de la solution numérique de la grille de maillage. Pour cela, plusieurs grilles sont considérées (20x20, 40x40, 60x60 et 80x80). D'après les résultats présentés dans le tableau 1, on constate qu'au delà de la grille (60x60) aucune variation significative de la solution numérique n'est observée. En l'occurrence, cette grille est considérée pour tous les calculs de la présente étude.

Nombre de nœuds	Nusselt moyen	Variation %
20x20	1.183	-
40x40	1.189	0.504
60x60	1.195	0.502
80x80	1.199	0.334

TABLEAU 1. Variation du nombre de Nusselt moyen en fonction du maillage.

4. RÉSULTATS

Tous les résultats numériques présentés sont pour la convection mixte dans une cavité carrée remplie par un fluide conducteur de l'électricité ($Pr = 0.024$) en présence d'un champ magnétique externe. Dans cette étude, on se limite sur l'étude de l'influence de champ magnétique et les forces de flottabilité sur l'intensité de l'écoulement et le transfert de chaleur.

4.1 Influence des forces de flottabilité

Pour examiner l'effet des forces de flottabilité nous avons varié le nombre de Richardson (0.1, 1 et 10) relatif au régimes de convection forcée, mixte et naturelle, respectivement pour $Re = 100$ et $Ha = 0$.

4.1.a. Profils de vitesses

Afin d'illustrer l'effet du nombre de Richardson sur l'intensité de l'écoulement, nous présentons sur la figure 3, les profils des composantes horizontale (à gauche) et verticale (à droite) de la vitesse, respectivement aux positions médianes $X = 1/2$ et $Y = 1/2$ de la cavité. Sur cette figure, nous remarquons que les deux composantes de la vitesse sont symétriques par rapport au centre de la cavité indépendamment du nombre de Ri , indiquant que le régime d'écoulement est monocellulaire (convection mixte aidée). Par ailleurs, on observe clairement que l'augmentation du nombre de Richardson intensifie les deux composantes de la vitesse d'écoulement au point où les deux composantes près des parois présentent des valeurs supérieures à celle de la vitesse d'entraînement des deux parois mobiles.

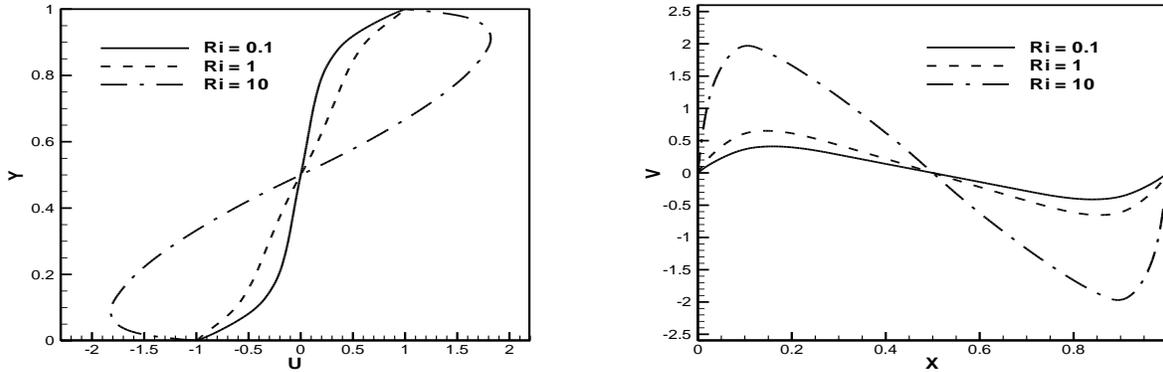


FIGURE 3. Profil de vitesse (U,V) en fonction (Y, X) pour différents valeurs du nombre de Ri

4.1. b. Nombre de Nusselt local

La figure ci-dessous présente la variation du nombre de Nusselt local à la paroi chaude (Nu_{ch}) et à la paroi froide (Nu_{fr}) pour différentes valeurs du nombre de Richardson ($Ri=0.1, 1$ et 10). Nous constatons que Nu_{ch} présente une variation décroissante le long de la paroi chaude. Par contre, Nu_{fr} présente une croissance monotone le long de la paroi froide. Le comportement des deux nombres de Nusselt peut-être expliqué en utilisant le concept de la couche limite thermique. On s'aperçoit aussi que le transfert de chaleur sur les deux parois est très faible pour $Ri=0.1$ (régime conductif dominant). Au fur et à mesure que Ri augmente, les nombres de Nusselt locaux des deux parois montrent une augmentation notable indiquant que le régime convectif est dominant (convection naturelle). Par ailleurs, la symétrie des deux nombres de Nusselt à la paroi chaude et froide montrent bien que le bilan d'énergie est conservé. Ceci constitue un moyen de validation du programme de calcul élaboré.

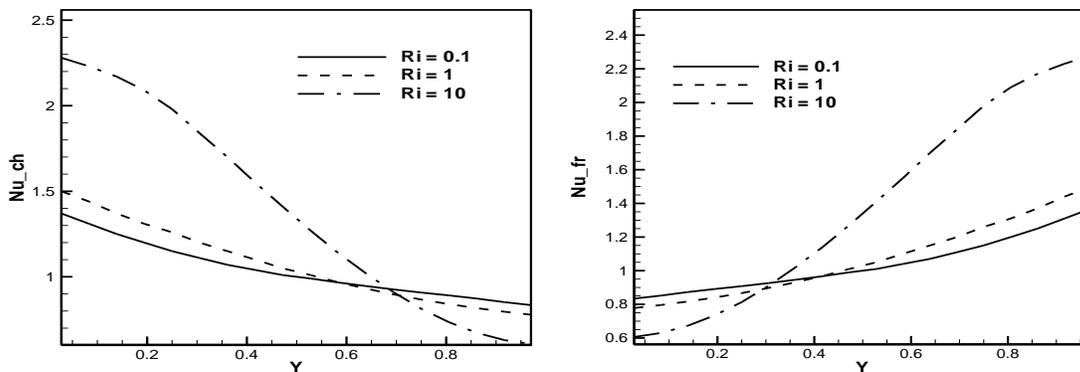


FIGURE 4. Variation des deux nombre de Nusselt local pour différents valeurs du nombre Ri

4.2. Influence de l'intensité du champ magnétique

Dans cette partie, on s'intéresse à l'influence d'une application d'un champ magnétique externe horizontal ($\alpha = 0$) en faisant varier le nombre de Hartmann dans la gamme ($0 < Ha < 100$) sur l'intensité de l'écoulement et le transfert de chaleur pour des nombres de Richardson et Reynolds, respectivement égales à 10 et 100.

4.2. a. Profils de vitesse

Sur la figure 5, le profil de la vitesse U (à droite) montre une diminution de la valeur maximale avec le nombre de Hartmann. Par ailleurs, U présente des valeurs nulles sur une large partie au milieu de la cavité. Par contre, la composante verticale V devient nulle le long de la cavité pour $Ha = 100$. Ceci s'explique par le fait que la force électromagnétique qui agit dans le sens inverse de la force de flottabilité. De plus, la vitesse U présente des valeurs négatives au niveau de la partie supérieure ($Y=0.9$) et des valeurs positives au niveau de la partie

inférieure ($Y=0.1$) montrant que le régime est bicellulaire (deux cellules adhérentes près des parois horizontales générées par l'entraînement des deux parois horizontales).

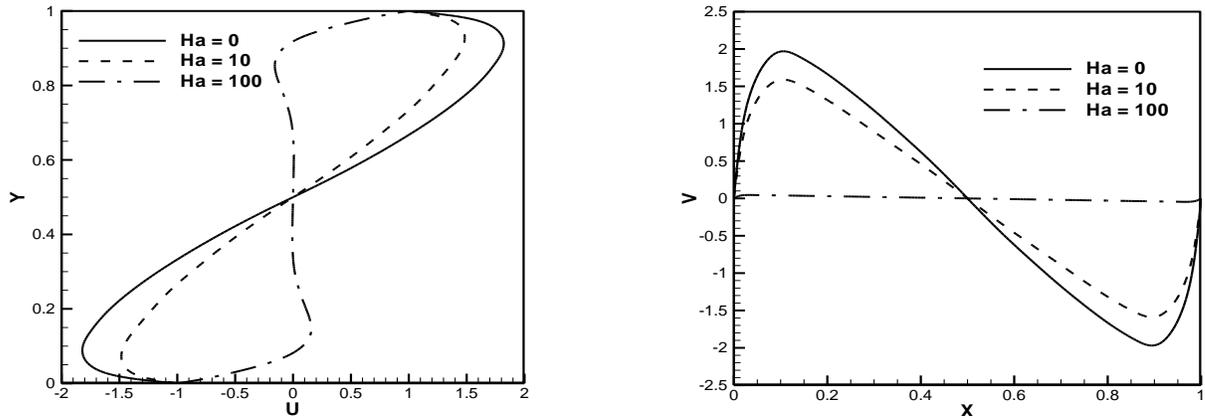


FIGURE 5. Variation du profil de vitesse (U,V) en fonction de (Y,X) pour différentes valeurs du nombre de Ha .

4.2. b. Nombre de Nusselt local

La variation du nombre du Nusselt local à la paroi chaude et froide pour différentes valeurs du nombre de Hartmann ($Ha=0, 10, 100$) est présentée sur la figure 6. D'après cette figure, on remarque clairement que pour $Ha=0$, le taux de transfert de chaleur est très élevé au coin inférieur de la paroi chaude et au coin supérieur de la paroi froide. L'augmentation de Ha ($Ha = 10$) entraîne une légère diminution du taux de transfert de chaleur sur les deux parois indiquant que le régime convectif reste dominant. Quand on augmente davantage le nombre de Hartmann ($Ha = 100$), le nombre de Nusselt local à la paroi chaude et froide présente des valeurs quasi-uniforme proche de 1, montrant que le régime devient purement conductif.

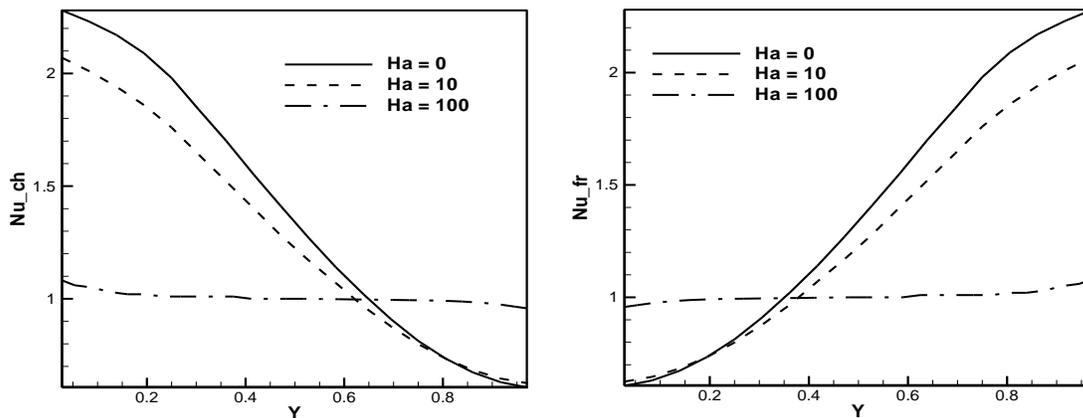


FIGURE 6. Variation du nombre de Nusselt local pour différentes valeurs du nombre de Ha

4.2. c Influence de Ha sur le nombre de Nusselt moyen

Nous représentons sur la figure 7 l'influence du nombre de Hartmann sur le nombre de Nusselt moyen pour différentes valeurs de Ri et pour une valeur du nombre de Re égale à 100. Pour $Ri=0.1$, les forces de flottabilité sont très faibles ce qui se traduit par un faible échange de chaleur. En augmentant le nombre de Richardson, le taux de transfert augmente davantage, en particulier aux faibles valeurs de Hartmann. Par contre, l'augmentation du nombre de Hartmann conduit à une réduction du nombre de Nusselt moyen due à la décélération de l'écoulement. Au delà d'une valeur de $Ha \geq 50$, Nusselt moyen tend vers une valeur asymptotique égale à l'unité

indépendamment du nombre de Richardson. Ainsi, le transfert de chaleur à l'intérieur de la cavité est purement conductif.

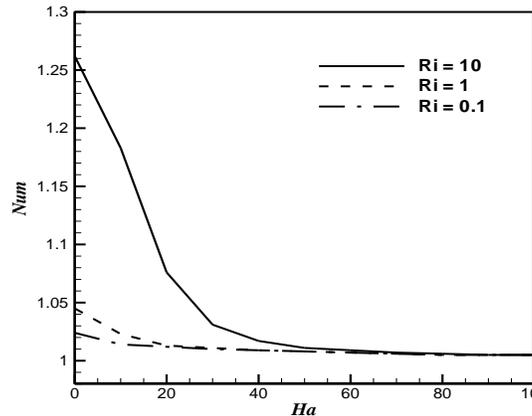


FIGURE 7. Variation du nombre de Nusselt moyen en fonction de nombre Ha pour différents nombre de Ri

5. CONCLUSIONS

Dans le présent travail, une étude numérique de la convection mixte à l'intérieur d'une cavité remplie par un fluide conducteur et soumise à un champ magnétique externe est présentée. Ce travail porte principalement s'intéresse à l'influence de l'intensité du champ magnétique horizontal sur l'intensité de l'écoulement et le taux de transfert pour trois valeurs de Richardson ($Ri=0.1, 1, 10$).

Nous avons constaté une augmentation du taux de transfert de chaleur avec le nombre de Richardson. Par contre une diminution considérable avec le nombre de Hartmann est observée. Pour des valeurs du nombre de Hartmann supérieur à 50, le transfert de chaleur à l'intérieur de la cavité est purement conductif indépendamment des valeurs du nombre de Ri .

REFERENCES

- [1] S. E. Ahmed, M.A. Mansour and A. Mahdy, MHD mixed convection in an inclined lid-driven cavity with opposing thermal buoyancy force: Effect of non-uniform heating on both side walls, *Nuclear Engineering and Design* 265 (2013) 938– 948.
- [2] D. Kalapurakal and Abhilash J. Chandy, ACCURATE AND EFFICIENT NUMERICAL SIMULATIONS OF MAGNETOHYDRODYNAMIC (MHD) MIXED CONVECTION AT HIGH HARTMANN NUMBERS, *Numerical Heat Transfer, Part A*, 64: 527–550, 2013.
- [3] G.Kefayati, M. Bandpy, H. Sajjadi, D.D. Ganji, Lattice Boltzmann simulation of MHD mixed convection in a lid-driven square cavity with linearly heated wall, *Scientia Iranica B* (2012)19 (4),1053-1065.
- [4] Md.M.Rahman, Md.A.H.Mamun and R.Saidur, Analysis of magnetohydrodynamic mixed convection and joule heating in lid-driven cavity having a square block, *Journal of the Chinese Institute of Engineers*, Vol. 34, No. 5, July 2011, 585–599.
- [5] S.V.PATANKER, *Numerical Heat Transfer and Fluid Flow*, Hemisphere, Washington, DC, (1980).