

ETUDE NUMERIQUE DU COUPLAGE CONVECTION NATURELLE- RAYONNEMENT VOLUMIQUE DANS UNE ENCEINTE CARREE

¹MERABET AYECHÉ Chahra, ²OMEIRI Djamel

¹chahram21@yahoo.fr, ²djomeiri@hotmail.com
Université du 20 Aout 1955 Skikda

RESUME

Ce travail porte sur la simulation numérique du transfert de chaleur par le couplage entre la convection naturelle et le rayonnement thermique dans une cavité carrée remplie de l'air, de hauteur h , avec des parois horizontales adiabatiques et des parois verticales soumises à des températures constantes respectivement (T_c et T_f). Une modélisation en 2D a été menée en utilisant le code Fluent. Notre objectif est de mettre en évidence l'impact du rayonnement volumique sur l'écoulement de convection naturelle en prenant en compte l'influence du coefficient d'absorption sur la structure des champs dynamique. Cette étude est effectuée pour différents modèles de rayonnement (DO, DTRM, P1 et Rosseland) et pour un seul nombre de Rayleigh égal à 5×10^5 .

Mots clés : *Cavité carrée, convection naturelle, rayonnement thermique, modèles de rayonnement, coefficient d'absorption.*

NOMENCLATURE

symboles

a Coefficient d'absorption [m^{-1}]
 C Coefficient de fonction de phase linéaire-anisotrope
 G Rayonnement incident [$W \cdot m^{-2}$]
 g Accélération de la pesanteur [$m \cdot s^{-2}$]
 h Hauteur de la cavité
 I Intensité du rayonnement, dépend des vecteurs \vec{r} et \vec{s}
 n Indice de réfraction
 p Pression [$N \cdot m^{-2}$]
 P Pression adimensionnelle
 q Flux de chaleur [$W \cdot m^{-2}$]
 Q_r Flux de chaleur radiatif adimensionnelle
 T Température [K]
 \vec{r} Vecteur de position
 s Longueur du chemin
 \vec{s} Vecteur de direction
 \vec{s}' Vecteur de direction de dispersion
 ΔT Ecart de température $\Delta T = T_c - T_f$ [K]
 u Composante de la vitesse suivant la direction x [$m \cdot s^{-1}$]
 U Composante adimensionnelle de la vitesse suivant x
 V Volume [m^3]
 v Composante de la vitesse suivant la direction y [m]

V Composante adimensionnelle de la vitesse suivant y
 X, Y Coordonnées cartésiennes adimensionnelle
 x, y Coordonnées cartésiennes [m]

Lettres grecques

α Diffusivité thermique du fluide [$m^2 \cdot s^{-1}$]
 ρ Masse volumique du fluide [$kg \cdot m^{-3}$]
 θ Température adimensionnelle
 σ Constante de Stefan-Boltzmann [$W \cdot m^{-2} \cdot K^{-4}$]
 σ_s Coefficient de dispersion [m^{-1}]
 Φ Fonction de phase
 Ω' Angle solide [sr]

Nombres adimensionnels

Pr Nombre de Prandtl $Pr = \frac{\nu}{\alpha}$ avec $\alpha = \frac{\lambda}{\rho c_p}$
 Ra Nombre de Rayleigh $Ra = (g\beta\Delta T h^3)/\nu\alpha$
 Pl Nombre de Planck $Pl = [k/4h\sigma T_f^3]$

Indices et exposants

c Chaude
 f Froide

Abréviations

DO Discrete Ordinates
DTRM Discrete Transfer Radiation Model
SR Sans Rayonnement

1. INTRODUCTION

Le phénomène de la convection naturelle dans une cavité bidimensionnelle est largement rencontré en ingénierie tels que les collecteurs d'énergie solaire, la conservation de la chaleur des circuits thermiques, le refroidissement des composants électroniques...etc. Toutefois, le rayonnement apporte une contribution significative au transfert thermique dans de tels systèmes.

Le couplage entre la convection naturelle et le rayonnement thermique est un sujet que bon nombre de chercheurs ont étudié. En effet, Guglielmini et ses collègues (1987) [1] ont étudié théoriquement et expérimentalement le transfert thermique par convection et rayonnement entre une surface isotherme verticale ayant un arrangement de plaques verticales. Yamada(1988) [2] a présenté des études analytique et expérimentale du rayonnement combiné à la convection naturelle dans un canal, avec un milieu absorbant et émissif. Plusieurs auteurs comme Tan et Howell (1991) [3], Wang et al (2006) [4], Jaballah et al (2007) [5], Jami et al (2007) [6] et Meftah et al (2007) [7] sont intéressés à l'étude numérique du transfert de chaleur dans des cavités carrées. Ces travaux ont été consacrés au couplage du rayonnement des parois (rayonnement surfacique) et/ou du milieu (rayonnement volumique) avec la convection naturelle.

2. PROBLEME PHYSIQUE ET MODELE MATHEMATIQUE

2.1. Géométrie du problème

Nous allons présenter la géométrie de la configuration considérées, les équations de conservation (sous forme adimensionnelle) régissant le problème traité dans ce travail. Elles sont fondées sur les principes: de conservation de la masse (continuité), de la quantité de mouvement (Navier-Stokes), de l'énergie et l'équation de l'énergie dans le cas du couplage convection-rayonnement. Ainsi que l'équation générale du transfert radiatif et les équations des différents modèles de rayonnement.

La géométrie considérée est illustrée sur la figure (1). Il s'agit d'une cavité carrée de hauteur h , avec des parois horizontales adiabatiques et des parois verticales soumises à des températures constantes respectivement (T_c et T_f).

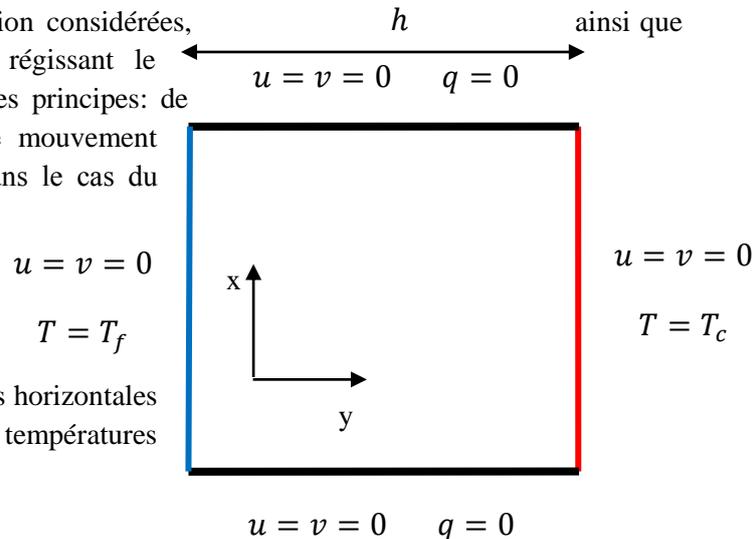


FIGURE 1. Géométrie et conditions aux limites du problème.

2.2. Equations adimensionnelles

Pour faire apparaître les paramètres de contrôle du problème étudié, il est nécessaire d'introduire les grandeurs de référence.

$$X = \frac{x}{h} \quad Y = \frac{y}{h} \quad U = \frac{u}{\left(\frac{\alpha}{h}\right)} \quad V = \frac{v}{\left(\frac{\alpha}{h}\right)} \quad P = \frac{P}{\rho_0 \left(\frac{\alpha}{h}\right)^2} \quad \theta = \frac{T - T_f}{T_c - T_f} \quad Q_r = q_r / \sigma T_f^4$$

Les équations adimensionnelles deviennent alors :

2.2.1. Equation de continuité

$$\frac{\partial U}{\partial X} + \frac{\partial V}{\partial Y} = 0 \quad (1)$$

2.2.2. Equation de quantité de mouvement suivant la direction X

$$U \frac{\partial U}{\partial X} + V \frac{\partial U}{\partial Y} = -\frac{\partial P}{\partial X} + \text{Pr} \left\{ \frac{\partial}{\partial X} \left(\frac{\partial U}{\partial X} \right) + \frac{\partial}{\partial Y} \left(\frac{\partial U}{\partial Y} \right) \right\} \quad (2)$$

2.2.3. Equation de quantité de mouvement suivant la direction Y

$$U \frac{\partial V}{\partial X} + V \frac{\partial V}{\partial Y} = -\frac{\partial P}{\partial Y} + \text{Pr} \left\{ \frac{\partial}{\partial X} \left(\frac{\partial V}{\partial X} \right) + \frac{\partial}{\partial Y} \left(\frac{\partial V}{\partial Y} \right) \right\} + \text{Ra} \cdot \text{Pr} \cdot \theta \quad (3)$$

2.2.4. Equation de l'énergie

$$U \frac{\partial \theta}{\partial X} + V \frac{\partial \theta}{\partial Y} = \frac{\partial}{\partial X} \left(\frac{\partial \theta}{\partial X} \right) + \frac{\partial}{\partial Y} \left(\frac{\partial \theta}{\partial Y} \right) \quad (4)$$

2.2.5. Equation de l'énergie dans le cas du couplage convection-rayonnement

$$U \frac{\partial \theta}{\partial X} + V \frac{\partial \theta}{\partial Y} = \frac{\partial}{\partial X} \left(\frac{\partial \theta}{\partial X} \right) + \frac{\partial}{\partial Y} \left(\frac{\partial \theta}{\partial Y} \right) - \frac{1}{\text{Pl} \phi} \nabla^* \cdot \mathbf{Q}_r \quad (5)$$

2.3 Choix d'un modèle de rayonnement [8]

Pour certains problèmes, un modèle de rayonnement peut être plus approprié que les autres. Pour décider quel modèle de rayonnement à choisir, nous allons prendre en considération le suivant :

2.3.1. Epaisseur optique

L'épaisseur optique $\tau = aL$ est un bon indicateur pour le choix du modèle de rayonnement dans un problème. Ici, L est une échelle appropriée de longueur du domaine considéré. Pour l'écoulement dans une chambre de combustion, par exemple, L est le diamètre de la chambre de combustion. Si $aL \gg 1$, les meilleurs modèles de rechange sont les modèles P1 et de Rosseland. Le modèle P1 devrait typiquement être employé pour des épaisseurs optiques $aL > 1$. Pour $aL > 3$, le modèle de Rosseland est plus efficace. Un schéma de discrétisation du second ordre est également recommandé pour les grandes valeurs d'épaisseur optique. Les modèles DTRM et DO s'appliquent à travers une gamme d'épaisseurs optiques, mais ils ont un coût de calcul élevé. Ainsi on doit employer les modèles d'épaisseur limite, P1 et Rosseland, si le problème le permet. Pour $aL < 1$, seulement les modèles DTRM et DO sont mieux adaptés.

2.3.2. Equation générale du transfert radiatif

$$\frac{dI(\vec{r}, \vec{s})}{ds} + (a + \sigma_s)I(\vec{r}, \vec{s}) = an^2 \frac{\sigma T^4}{\pi} + \frac{\sigma_s}{4\pi} \int_0^{4\pi} I(\vec{r}, \vec{s}') \Phi(\vec{s}, \vec{s}') d\Omega' \quad (6)$$

2.3.3. Equations régissant les différents modèles de rayonnement [8]

Dans cette étude, on s'intéresse à quatre modèles de rayonnement qui sont : Le modèle DTRM, le modèle DO, le modèle P1 et le modèle de Rosseland.

Modèle de transfert radiatif des Ordonnées Discrètes DO

$$\nabla \cdot (I(\vec{r}, \vec{s})\vec{s}) + (a + \sigma_s)I(\vec{r}, \vec{s}) = an^2 \frac{\sigma T^4}{\pi} + \frac{\sigma_s}{4\pi} \int_0^{4\pi} I(\vec{r}, \vec{s}') \Phi(\vec{s}, \vec{s}') d\Omega' \quad (7)$$

Modèle discret de transfert radiatif DTRM

$$\frac{dI}{ds} + aI = \frac{a\sigma T^4}{\pi} \quad (8)$$

Modèle de transfert radiatif P1

$$q_r = -\frac{1}{3(a + \sigma_s) - c\sigma_s} \nabla G \quad (9)$$

Modèle de transfert radiatif de Rosseland

$$q_r = -16\sigma n^2 T^3 \nabla T \quad (10)$$

2.4. Conditions aux limites

Limites géométrique		Conditions dynamiques		Conditions thermiques
$X=0$	$Y=1$	$U=0$	$V=0$	$T=T_f$
$X=1$	$Y=1$	$U=0$	$V=0$	$T=T_c=T_f + \Delta T$
$Y=0$	$X=1$	$U=0$	$V=0$	$q=0$
$Y=1$	$X=1$	$U=0$	$V=0$	$q=0$

TABLEAU 1. Conditions aux limites pour un écoulement dans une cavité carrée.

3. RESULTATS

3.1. Influence du coefficient d'absorption sur le champ de l'écoulement

Pour étudier l'effet de l'augmentation de la valeur du coefficient d'absorption sur la structure de l'écoulement, nous avons fait varier ce coefficient.

Les figures (2.a, 2.b et 2.c) montrent que pour les modèles DO, DTRM et P1, lorsque la valeur du coefficient d'absorption est faible ($a=2$), la structure de l'écoulement se présente par un régime multicellulaires composé d'une cellule principale et deux cellules secondaires contra-rotatifs au milieu de cette dernière. Pour les grandes valeurs de a ($a=50$), on remarque la disparition des cellules secondaires, l'écoulement est constitué d'une seule grande cellule. Les valeurs de la fonction de courant pour ces modèles de rayonnement augmentent avec le coefficient d'absorption.

La figure (2.d) montre que le modèle de Rosseland donne des résultats différents de ceux obtenus avec les autres modèles. Ce modèle montre une structure d'écoulement qui est très symétrique et constituée d'une seule cellule principale pour les deux valeurs du coefficient d'absorption.

Alors que le modèle de Rosseland donne des résultats presque semblables aux autres modèles pour $a=50$. Ceci explique que le modèle de Rosseland n'est pas approprié pour les petites valeurs de l'épaisseur optique qui correspondent aux petites valeurs du coefficient d'absorption et donc donne des résultats non cohérents dans ces cas.

3.2. Comparaison entre les différents modèles de rayonnement ainsi le modèle sans rayonnement

Nous allons faire une comparaison entre les différents modèles de rayonnement, en faisant varier le coefficient d'absorption de $(2 \text{ à } 50)m^{-1}$ pour un nombre de Rayleigh égale à 5×10^5 .

Nous allons examiner les profils des vitesses axiale et transversale et la température en fonction de Y et en fonction de X correspondant respectivement aux plans médians $X=1/2$ et $Y=1/2$.

3.2.1. Profils des vitesses

Les figures (3) et (4) montrent respectivement les profils de la vitesse U en fonction de Y à $X=1/2$ et la vitesse V en fonction de X à $Y=1/2$ pour différents modèles de rayonnement et pour les deux valeurs du coefficient d'absorption, ainsi que le modèle sans rayonnement. Pour les profils de la vitesse U (figure 3), on remarque que pour les modèles de rayonnement DO, DTRM et P1, les profils sont presque similaires mais différent du cas sans rayonnement avec les deux valeurs du coefficient d'absorption. Pour la vitesse V (figure 4), les profils du modèles DO, DTRM et P1 sont comparables entre eux mais sensiblement différents du cas sans rayonnement pour $a=2$, au delà de ce valeur on remarque clairement l'élévation de cette différence. Cela est dû à l'augmentation du transfert de chaleur avec l'augmentation du coefficient d'absorption. Alors que le modèle de Rosseland donne des résultats différents de ceux obtenus par les autres modèles de rayonnement pour le coefficient d'absorption ($a=2$). Par contre, pour ($a=50$), ce modèle donne des résultats cohérents.

4. CONCLUSION

Les résultats obtenus à travers différentes simulations numériques ont permis de constater un bon accord entre les modèles DO, DTRM et P1 a été observé, ce qui nous a permis de constater que ces derniers sont valables sur toute la gamme des épaisseurs optiques. Au contraire, le modèle de Rosseland est mal approprié pour les petites valeurs de l'épaisseur optique. Par ailleurs, la comparaison avec le cas de la convection naturelle pure (sans rayonnement), nous a permis de constater que le rayonnement thermique joue un rôle important sur le transfert de chaleur.

*Les symboles (a, b, c, d) correspondents aux modèles suivants :

a : modèle DO **b** : modèle DTRM **c** : modèle P1 **d** : modèle de Rosseland

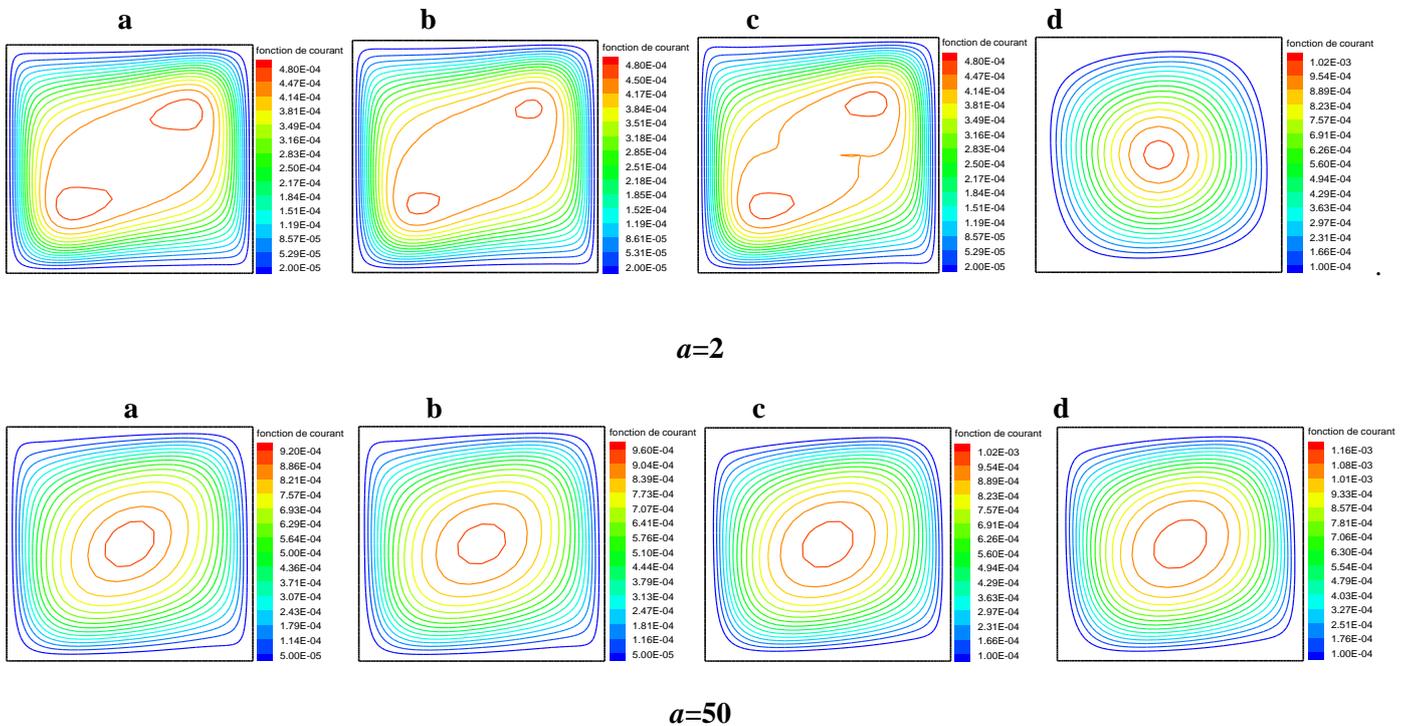


FIGURE 2. Fonction de courant pour différentes modèles du rayonnement.

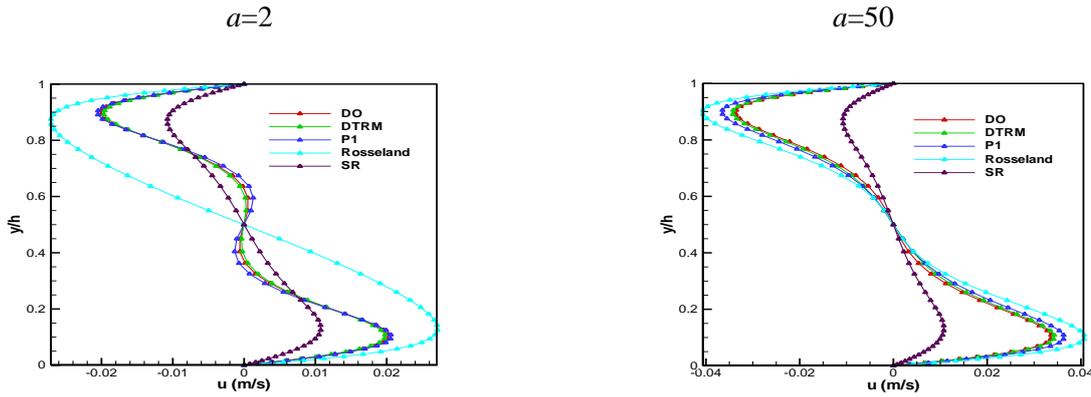


FIGURE 3. Variation de la vitesse longitudinale U au point $X = 1/2$ en fonction de $Y(y/h)$ pour différents modèles de rayonnement et le modèle sans rayonnement

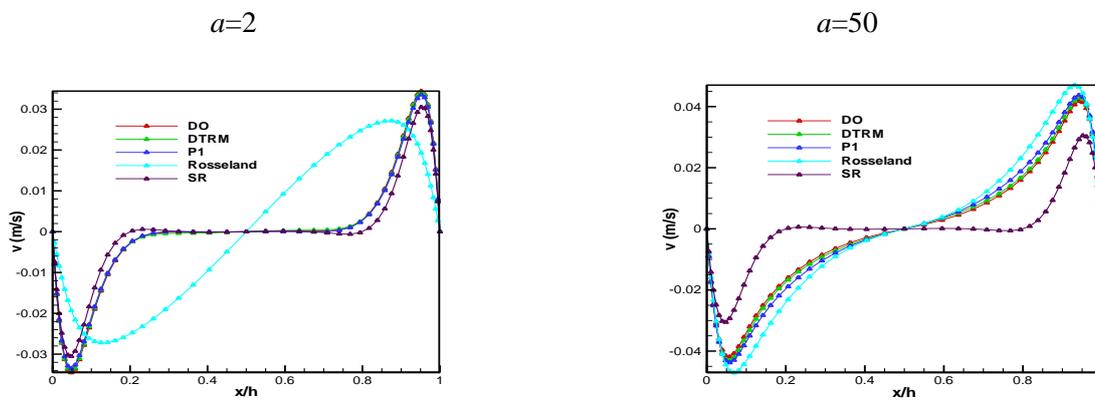


FIGURE 4. Variation de la vitesse transversale V au point $Y = 1/2$ en fonction de $X(x/h)$ pour différents modèles de rayonnement et le modèle sans rayonnement.

RÉFÉRENCES

- [1] Guglielmin I G., Nannei E., Tanda G., "Natural convection and radiation heat transfer from staggered vertical fins", International Journal of Heat and Mass Transfer, Vol.30, N°9, 1941-1948, 1987.
- [2] Yamada Y., " Combined radiation and free convection heat transfer in a vertical channel with arbitrary wall emissivities", International Journal of Heat and Mass Transfer, Vol.31, N°2, 429-440, 1988.
- [3] Tan Z., Howell J. R., " Combined radiation and natural convection in a two-dimensional participating square medium", International Journal of Heat and Mass Transfer, Vol.34, N°3, 785-793, 1991.
- [4] Wang W., Xin S., Le Quéré P., " Etude numérique du couplage de la convection naturelle avec le rayonnement de surfaces en cavité carrée remplie d'air" C. R. Mécanique, 334,48–57,2006.
- [5] Jaballah S., Sammouda H., Belghith A., " Effect of surface radiation on the natural convection stability in a two-dimensional enclosure with diffusely emitting boundary walls", Numerical Heat Transfer, Part A, 51:495-516, 2007.
- [6] Jami M., Moussaoui M. A., Mezrhab A., Lemonnier D., " Modélisation du couplage convection naturelle rayonnement dans une cavité contenant un cylindre" 13^{èmes} journées internationales de thermique, 2007.
- [7] Meftah S., Lemonnier D., Benbrik A., Mezrhab A., " Etude numérique de la convection naturelle de double diffusion dans un mélange air-CO₂", Congrès Français de Thermique, SFT 2007, Île des Embiez, 2007.
- [8] Fluent 6.1 documentation. User's Guide. Fluent. Inc.2003.

