

SIMULATION D'UN ÉCOULEMENT DE CONVECTION FORCÉE DANS UN CANAL REMPLI AVEC UNE MATRICE POREUSE ANISOTROPE

S. BEN AOUA¹, R. KIBBOUA², F. MECHIGHEL¹

¹Laboratoire LR3MI, Département de Génie Mécanique, faculté des sciences de l'ingénierat, BP 12, Université d'Annaba, 23000 – Algérie, E-mails bensalah101@gmail.com & farid.mechighel@etu.unilim.fr

²Université des sciences et de technologie Houari Boumediene USTHB, LTPMP/FGMGP, BP 32 El Alia, Alger 16111, Algérie

RÉSUMÉ

Dans ce travail nous étudions numériquement le problème de convection forcée (en régime laminaire) à l'intérieur d'un canal horizontal partiellement rempli d'un milieu poreux. Nous supposons que le milieu poreux est anisotrope et les parois sont maintenues à un flux de chaleur constant. Le modèle de Darcy-Brinkman-Forchheimer est utilisé pour décrire l'écoulement permanent dans la région poreuse. La méthode numérique des volumes finis est utilisée pour la résolution des équations de conservation et les conditions aux limites associées. L'objectif de ce travail est de préciser la nature de mouvement convectif dans un milieu poreux anisotrope.

Mots Clés: Milieux poreux, anisotrope, convection forcée, simulation numérique.

NOMENCLATURE

Symboles :

C_p chaleur spécifique à pression constante, $J\ Kg^{-1}\ K^{-1}$
 e épaisseur de la couche poreuse, m
 E épaisseur adimensionnelle de la couche poreuse, m
 f coefficient de frottement,
 F coefficient de Forchheimer,
 h coefficient d'échange convectif, $W\ m^{-2}\ K^{-1}$
 H hauteur de la moitié du canal, m
 J Rapport de viscosité cinématique,
 k conductivité thermique, $W\cdot m^{-1}\cdot K^{-1}$
 l longueur du canal, m
 L longueur adimensionnelle du canal,
 p pression, $N\ m^{-2}$
 T température, °C

Lettres grecques :

α Diffusivité thermique, $m\ s^{-2}$
 μ Viscosité dynamique, $Kg\ m^{-1}\ s^{-1}$
 ν Viscosité cinématique, $m^2\ s^{-1}$
 ε Porosité du milieu poreux,

θ angle d'anisotropie, degré

ρ masse volumique, $kg\ m^{-3}$

Indices / Exposants :

L local
 f fluide
 eff effectif
 p couche poreuse
 w paroi

Vecteurs et tenseurs :

[K] tenseur de la perméabilité,

\vec{V} Vecteur de vitesse,

Quantités et nombres adimensionnels :

fRe coefficient de frottement

Da nombre de Darcy

Nu nombre de Nusselt

Pr nombre de Prandtl

Re nombre de Reynolds

Rc rapport des conductivités thermique (k_{eff}/k_f)

R μ rapport de viscosité dynamique (μ_{eff}/μ_f)

1. INTRODUCTION

Ces dernières années, des efforts de recherche considérables ont été consacrés à l'étude du transfert de chaleur par convection naturelle ou forcée dans des cavités remplies d'un milieu poreux saturé par un fluide, en raison de leurs applications très répandues dans les technologies modernes [1-3]. Une partie importante de ces études ont traité le cas des milieux isotropes (par exemple dans [4, 5]). Cependant, dans de nombreuses situations pratiques, les milieux poreux sont anisotropes dans leurs natures, ainsi que leurs propriétés thermiques. Dans cette étude, nous allons étudier le cas d'un milieu poreux dynamiquement anisotrope. Dans la littérature, nous pouvons citer quelques études qui traitent le cas des milieux anisotropes [6, 7].

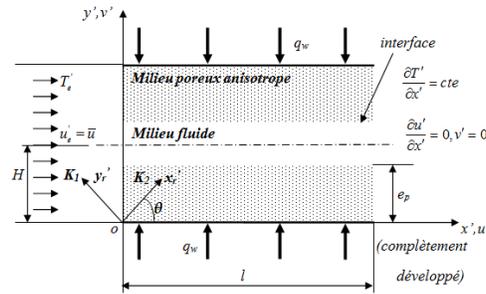


FIGURE 1: Modèle physique et système de coordonnées

2. MODÉLISATION MATHÉMATIQUE

2.1. Présentation du problème physique :

Le système physique étudié ici est illustré sur la figure 1. Il est constitué de deux plaques horizontales parallèles de longueur (l) séparés par une distance $2H$. Les plaques supérieure et inférieure sont maintenues à un flux de chaleur constant q_w . L'axe (ox') est positionné sur la paroi inférieure. Le canal comporte une couche poreuse d'épaisseur (e_p) située dans la moitié de canal et saturée avec un fluide. Le milieu poreux est caractérisé par une perméabilité anisotrope et une conductivité thermique isotrope. Les perméabilités le long des deux axes principaux de la matrice poreuse sont dénotées par K_1 et K_2 , L'angle d'orientation θ est défini comme étant l'angle entre la direction horizontale et l'axe principal de la perméabilité K_2 . Le fluide pénètre dans le canal à une température et une vitesse uniformes.

Dans le modèle présenté, nous adoptons les hypothèses suivantes :

- Pour le champ d'écoulement : l'écoulement bidimensionnel est supposé stationnaire en régime laminaire, le fluide est newtonien et incompressible, et l'action de la pesanteur est négligeable,
- Pour le champ thermique : le transfert de chaleur par rayonnement est négligeable et aucune dissipation visqueuse n'est considérée.

En outre, le fluide est en équilibre thermique local avec la matrice solide et les propriétés thermiques du fluide et de la matrice solide sont supposées constantes.

2.2 Modèle mathématique :

Pour formuler les équations de quantité de mouvement dans la région fluide, nous utilisons les équations de Navier-Stokes et l'équation de Darcy-Brinkman-Forchheimer [1] dans la région poreuse. Ces équations peuvent être formulées dans le système de coordonnée principal (x', y'), en utilisant la matrices de rotation reliant les composantes du vecteur vitesse d'un système de coordonnées (x_r', y_r') à un système de coordonnées (x', y').

Après avoir utilisé les variables adimensionnelles, nous aboutissons à la forme adimensionnelle des équations :

- Équation de continuité adimensionnelle pour les deux régions fluides et poreuse :

$$\partial u / \partial x + \partial v / \partial y = 0 \quad (1)$$

TABLEAU 1 : Paramètres utilisés dans les calculs numériques

rapport de forme (L/H)	50
porosité (ε)	0.9
nombre de Prandtl (Pr)	0.7
nombre de Reynolds (Re)	100
rapport des conductivités thermiques	($R_c=1$) et ($R_c=10$)
rapport de viscosité cinématique	1
coefficient de Forchheimer	$F \approx 0$ (très petit)
nombre de Darcy (Da)	entre (10^{-4} et 10^{-1})
épaisseur de la couche poreuse E	0 (cas fluide pur), 0.2, 0.4, 0.6, 0.8, 1 (cas totalement poreux)
angle d'anisotropie	($\theta = 0^\circ, 30^\circ, 45^\circ, 60^\circ, 90^\circ, 120^\circ, 150^\circ$ et 180°)

- Équation de conservation de la quantité de mouvement dans la région fluide :

$$u \partial v / \partial x + v \partial v / \partial y = -\partial p / \partial x + (\partial^2 T / \partial x^2 + \partial^2 T / \partial y^2) / \text{Re} \quad (2)$$

$$u \partial v / \partial x + v \partial v / \partial y = -\partial p / \partial y + (\partial^2 T / \partial x^2 + \partial^2 T / \partial y^2) / \text{Re} \quad (3)$$

- Équation de conservation de la quantité de mouvement dans la région poreuse :

$$u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = -\varepsilon^2 \frac{\partial p}{\partial x} + \varepsilon^2 \frac{J}{\text{Re}} \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right) - \left[\frac{\varepsilon^2}{\text{Re Da}} (K^* \cos^2 \theta + \sin^2 \theta) + \frac{F \varepsilon^2}{\sqrt{\text{Da}}} (\sqrt{K^*} \cos^2 \theta + \sin^2 \theta) \sqrt{u^2 + v^2} \right] u - \left[\frac{\varepsilon^2}{\text{Re Da}} (K^* - 1) \sin \theta \cos \theta + \frac{F \varepsilon^2}{\sqrt{\text{Da}}} (\sqrt{K^*} - 1) \sin \theta \cos \theta \sqrt{u^2 + v^2} \right] v \quad (4)$$

$$u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} = -\varepsilon^2 \frac{\partial p}{\partial x} + \varepsilon^2 \frac{J}{\text{Re}} \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \right) - \left[\frac{\varepsilon^2}{\text{Re Da}} (K^* - 1) \sin \theta \cos \theta + \frac{F \varepsilon^2}{\sqrt{\text{Da}}} (\sqrt{K^*} - 1) \sin \theta \cos \theta \sqrt{u^2 + v^2} \right] u - \left[\frac{\varepsilon^2}{\text{Re Da}} (K^* \sin^2 \theta + \cos^2 \theta) + \frac{F \varepsilon^2}{\sqrt{\text{Da}}} (\sqrt{K^*} \sin^2 \theta + \cos^2 \theta) \sqrt{u^2 + v^2} \right] v \quad (5)$$

- Équation de conservation de l'énergie dans la région fluide :

$$u \partial T / \partial x + v \partial T / \partial y = (\partial^2 T / \partial x^2 + \partial^2 T / \partial y^2) / \text{Pr Re} \quad (6)$$

- Équation de l'énergie dans la région poreuse :

$$u \partial T / \partial x + v \partial T / \partial y = R_c (\partial^2 T / \partial x^2 + \partial^2 T / \partial y^2) / \text{Pr Re} \quad (7)$$

2.3 Conditions aux limites et autres paramètres requis :

- Les conditions aux limites sous formes adimensionnelles :

$$\text{pour } x = 0 \quad u = 1, \quad v = 0, \quad T = 0 \quad (8a)$$

$$\text{pour } x = l/H = L \quad \partial u / \partial x = 0, \quad \partial v / \partial x = 0, \quad \partial T / \partial x = 0 \quad (8b)$$

$$\text{pour } y = 0 \quad u = 0, \quad v = 0, \quad \partial T / \partial y = -1/R_c \quad (9a)$$

$$\text{pour } y = 1 \quad \partial u / \partial y = 0, \quad v = 0, \quad \partial T / \partial y = 0 \quad (9b)$$

$$\text{pour } y = e_p/H = E \quad u_f = u_p, \quad v_f = v_p, \quad \partial u_f / \partial y = R_\mu, \quad \partial u_p / \partial y, \quad \partial v_f / \partial y = R_\mu \partial v_p / \partial y, \quad T_f = T_p, \quad \partial T_f / \partial y = R_c \partial T_p / \partial y \quad (10)$$

Après avoir utilisé les variables adimensionnelles, le coefficient de frottement pour l'écoulement de fluide est défini comme suit : $f(Re)_{2H} = 4(\bar{u} \times 2 \times H/\nu_f)(-\partial p/\partial x) = 8 Re(-\partial p/\partial x)$. Nous définissons aussi le nombre de Nusselt comme suit : $N_u = 4H q_w/k_f(T_w - T_m)$.

3. RÉOLUTION NUMÉRIQUE ET VALIDATION

Pour la résolution du système d'équations couplées et les conditions aux limites, nous avons utilisé une méthode numérique basée sur la méthode des volumes finis [8]. L'algorithme SIMPLE est utilisé pour le couplage des équations continuité/quantité de mouvement. Le système d'équations obtenu sous forme matricielle est résolu par l'algorithme de Thomas (TDMA). La résolution des équations a été réalisée sur un maillage uniforme 201×51, (c.-à-d. 201 nœuds dans la direction axiale et 51 dans la direction verticale). Afin de vérifier la fiabilité du code, un bon accord est réalisé entre nos résultats numériques et les résultats numériques ou analytiques dans la littérature [6, 9].

4. RESULTATS

Remarque : Tous les calculs ont été effectués en utilisant les valeurs des paramètres suivants (voir tableau 1) :

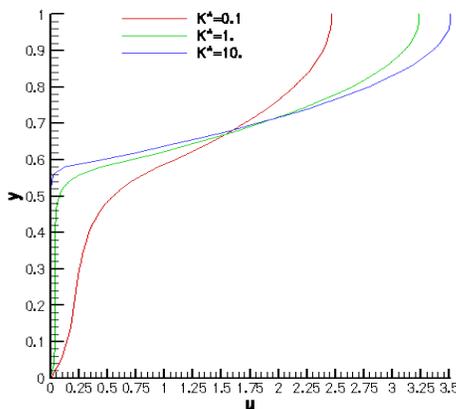


FIGURE 2 : Profil de la vitesse pour différentes valeurs de K^* et pour ($\theta = 0^\circ$, $E = 0,6$ et $Da = 0,001$)

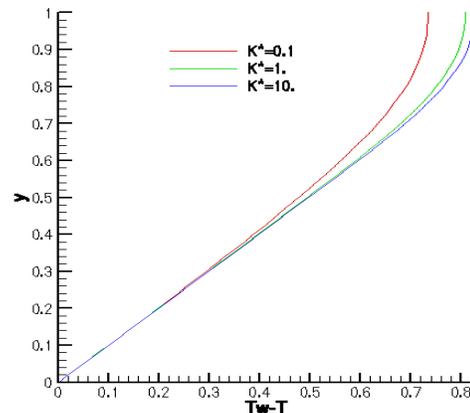


FIGURE 3 : Profil de la température pour différentes valeurs de K^* et pour ($\theta = 0^\circ$, $E = 0,6$ et $Da = 0,001$).

4.1 Effet du rapport de perméabilité anisotropique :

Pour des valeurs ($Da = 0,001$, $\theta = 0^\circ$) et une épaisseur sans dimension de la couche poreuse $E = 0,6$, la figure 2 montre que pour un rapport de perméabilité $K^* < 1$, (c.-à-d. la perméabilité dans la direction de l'écoulement est plus élevée que celle dans le sens transversal), la couche poreuse présente moins de résistance et le fluide s'écoule plus facilement comparativement au cas isotrope ($K^* = 1$). La tendance s'inverse pour ($K^* > 1$), la couche poreuse présente plus de résistance comparativement au cas isotrope. La vitesse maximale est atteinte sur l'axe de symétrie du canal ; la vitesse la plus élevée est atteinte pour le cas où $K^* > 1$ et la plus faible pour le cas $K^* < 1$.

L'effet de K^* sur le profil de température est représenté sur la figure 3.

- Une diminution de la température adimensionnelle est observée pour le cas $K^* = 0,1 (< 1)$ (la différence entre la température T et celle de la paroi T_w est faible) et

- une augmentation de la température adimensionnelle pour $K^* = 10 (>1)$ en comparaison avec le cas isotrope ($K^* = 1$), la différence entre la température T et celle de la paroi T_w est plus important).

4.2 Effet de l'angle d'anisotropie :

Pour des valeurs ($Da = 0,001$, $E = 0,6$ et $K^* = 0,25 (<1)$), les résultats indiquent que la vitesse dans la région poreuse est maximale lorsque $\theta = 0^\circ$ (c.-à-d. la perméabilité dans la direction de l'écoulement est plus élevée) et elle est minimale lorsque $\theta = 90^\circ$. Ainsi que, la vitesse sur l'axe central du canal (région de fluide) est maximale lorsque $\theta = 90^\circ$. Pour le profil de température, on observe une différence minimale entre la température T et la température de la paroi T_w pour $\theta = 0^\circ$ et une différence maximale pour $\theta = 90^\circ$. Aussi pour le cas ($Da = 0,001$, $E = 0,6$ et $K^* = 5 (> 1)$), les résultats indiquent que la vitesse dans la région poreuse est maximale lorsque $\theta = 90^\circ$ et elle est minimale lorsque $\theta = 0^\circ$. Dans la région de fluide, nous constatons que la situation s'inverse. Pour le profil de température, nous observons des valeurs minimale de température pour $\theta = 90^\circ$, (la température se rapproche de la température de la paroi), et maximale pour $\theta = 0^\circ$ (la température s'écarte de la température de la paroi). (Malheureusement, pour manque d'espace, les résultats ne sont pas présentés ici).

4.3 Variation du coefficient de frottement avec l'épaisseur de la couche poreuse E :

Le coefficient de frottement est une fonction croissante de l'épaisseur E . Pour une épaisseur donnée, E , la valeur la plus élevée du coefficient de frottement correspond à un rapport de perméabilité $K^* > 1$, (c.-à-d. lorsque la perméabilité dans la direction de l'écoulement est inférieure à la direction transversale. (Les résultats ne sont pas présentés ici).

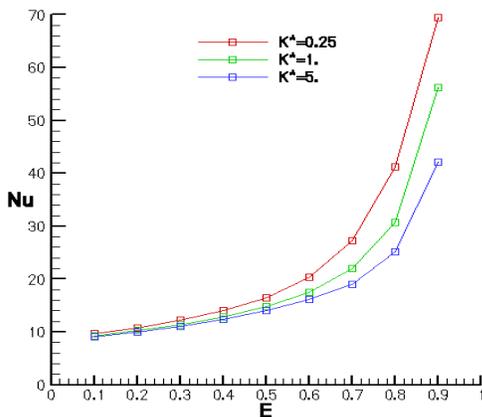


FIGURE 4 : Variation du nombre de Nusselt en fonction de l'épaisseur de la couche poreuse pour différentes K^* ($\theta = 0^\circ$, $Da=0,001$ et $Rc=10$).

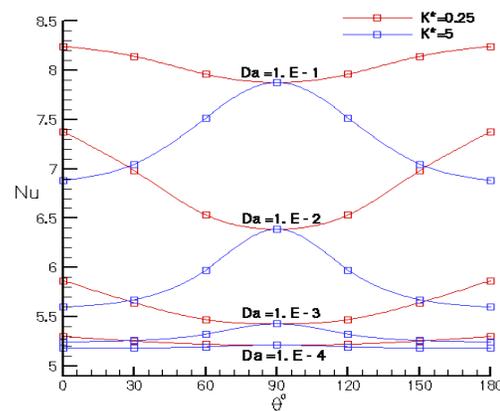


FIGURE 5 : Effet du nombre de Darcy et de l'angle d'anisotropie sur le nombre de Nusselt pour ($K^*=0,25$, $K^* = 5$ et $E = 0,6$).

4.4 Variation du nombre de Nusselt en fonction de l'épaisseur de la couche poreuse E :

Pour la variation du nombre de Nusselt pour les mêmes conditions; il est constaté que le nombre de Nusselt diminue avec l'augmentation de l'épaisseur E pour atteindre une valeur minimale pour une épaisseur donnée. Cette épaisseur optimale dépend du rapport de la perméabilité K^* . (Les résultats ne sont pas présentés).

Par contre pour $Rc = 10$, le nombre de Nusselt devient une fonction croissante en fonction de l'épaisseur de la couche poreuse E . Pour une épaisseur donnée, le nombre le plus grand de Nusselt est obtenu pour un rapport de perméabilité $K^* < 1$ (figure 4).

4.5 Effet du nombre de Darcy et l'angle de l'anisotropie sur nombre de Nusselt :

Sur la figure 5, l'épaisseur de la couche poreuse est fixée à ($E = 0.6$), les résultats indiquent que le transfert convectif pour $K^* = 0.25$ est au minimum à 90° , mais il est maximum à 0° et 180° . L'inverse est vrai pour $K^*=5$.

4.6 Effet combiné de l'angle d'anisotropie, nombre Darcy Da et l'épaisseur E sur le coefficient de frottement :

Nous avons trouvé que le coefficient de frottement varie proportionnellement en fonction de l'épaisseur E et aussi avec l'angle θ , pour $K^*=0,25$. Pour l'effet combiné de l'épaisseur et de l'angle d'anisotropie, le nombre de Nusselt diminue avec l'augmentation de l'épaisseur jusqu'à une valeur minimale pour une épaisseur donnée, cette tendance s'inverse en dépassant cette épaisseur. (Les résultats ne sont pas présentés ici).

4. CONCLUSIONS

En conclusion, nous citons les résultats suivants :

- l'utilisation d'un canal partiellement poreux réduit le coefficient de frottement et augmente le coefficient de transfert thermique dans le cas d'un rapport de conductivité thermique $Rc > 1$ (notamment lorsque $Rc > 10$).
- pour une épaisseur donnée E et un angle d'orientation nul, le coefficient de frottement le plus élevé correspond à un rapport de la perméabilité $K^* > 1$; et pour un angle d'orientation de 90° , le coefficient de frottement le plus élevé correspond à un rapport de la perméabilité $K^* < 1$; c'est-à-dire lorsque la perméabilité dans la direction de l'écoulement est inférieure à la direction transversale.
- le nombre de Nusselt diminue avec l'augmentation de l'épaisseur E pour atteindre une valeur minimale pour une épaisseur donnée E quand $Rc = 1$.
- lorsque $Rc = 10$, le nombre de Nusselt devient une fonction croissante de l'épaisseur de la couche poreuse E . Pour une épaisseur E donnée, le nombre de Nusselt le plus élevé est obtenu pour un coefficient de perméabilité $K^* < 1$.

REFERENCES

- [1] Kambiz Vafai, *Handbook of Porous Media*, second edition, 2005.
- [2] D. A. Nield and A. Bejan, *Convection in porous media*, Springer-Verlag, New York, 1992
- [3] M. Kaviany, *Principals of heat transfer in porous media*, Springer –Verlag, 2nd Edition New York, 1995.
- [4] A.V. Kuznetso, Analytical investigation of forced convection from a flat plate enhanced by a porous substrate, *Acta Mechanica*, 137, 211-223, 1999.
- [5] O. Cekmer, M. Mobedi, B. Ozerdem, I. Pop, Fully Developed Forced Convection in a Parallel Plate Channel with a Centered Porous Layer, *Transport in porous media*, 93,179–201, 2012
- [6] G. Degan, S. Zohoun, P. Vasseur, Forced convection in horizontal porous channels with hydrodynamic anisotropy, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 45, 3181–3188, 2002
- [7] B.S. Bhadauria, Double-Diffusive Convection in a Saturated Anisotropic Porous Layer with Internal Heat Source, *Transport in porous media*, 92, 299–320, 2012.
- [8] S.V. Patankar, *Numerical Heat Transfer and Fluid Flow*, McGraw-Hill, New York, 1980
- [9] F.P. Incropera, D.V. DeWitt, T.L. Bergman, A.S. Lavine, *Introduction to heat transfer*, USA, 2007