

# SIMULATION NUMÉRIQUE DE LA CONVECTION MIXTE DOUBLE-DIFFUSIVE DANS UNE CAVITÉ RECTANGULAIRE PARTIELLEMENT CHAUFFÉ

Mouna TOUIKER<sup>1</sup>, Salah GUERBAAI<sup>1</sup>, Abdeslam OMARA<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Université 20 août 55, Skikda, touikerm21@yahoo.fr

<sup>1</sup>Université 20 août 55, Skikda, sguerbaai@yahoo.fr

<sup>2</sup>Université des Frères Mentouri, Département de Physique, Constantine, abdeslam\_omara@yahoo.fr.

## RÉSUMÉ

Dans le cadre de cette étude on a fait une simulation numérique sur la convection mixte double-diffusive dans une cavité rectangulaire partiellement chauffée de rapport d'aspect  $A=10$ . Les parties actives des deux parois horizontales de la cavité sont maintenues aux températures et concentrations constantes, tandis que les parties restantes des deux parois horizontales et les deux parois verticales sont adiabatiques et imperméables. La paroi supérieure est animée d'un mouvement uniforme dans son propre plan. Les équations gouvernantes le phénomène physique sont résolues numériquement par la méthode des volumes finis. L'influence du nombre de Lewis ( $0.1 \leq Le \leq 10$ ) et de l'angle d'inclinaison de la cavité ( $0^\circ \leq \gamma \leq 30^\circ$ ) sur le transfert de chaleur et de masse est présentée.

**Mots Clés:** *Double-diffusive, Mixed Convection, Heat Transfert, Mass Transfer, Finite Volume.*

---

## NOMENCLATURE

### Symboles :

C concentration adimensionnelle,

$$C = (c - c_c) / (c_h - c_c)$$

Gr nombre de Grashof,

$$Gr = g\beta_T(T_h - T_c)H^3 / \nu^2$$

Le nombre de Lewis,  $Le = \alpha / D$

N rapport de flottabilité,

$$N = \beta_S \Delta c / \beta_T \Delta T$$

$U_{lid}$  vitesse d'entraînement de la paroi.

U, V composantes des vitesses adim-

ensionnelles suivant X et Y.

X, Y coordonnées adimensionnelles.

### Lettres grecques :

$\beta_T$  coefficient de dilatation thermique,  $K^{-1}$

$\beta_S$  coefficient de dilatation solutal,  $m^3/kg$ .

$\theta$  température adimensionnelle,  $(T - T_c) / (T_h - T_c)$

$\gamma$  angle d'inclinaison de la cavité.

---

## 1. INTRODUCTION

La combinaison des gradients de température et de concentration au sein d'un fluide est connue sous l'appellation double diffusion. Ce phénomène influ considérablement le processus de solidification dans un système binaire et en océanographie. A cause de son importance de nombreuses études ont été menées sur les écoulements et le transfert de chaleur à l'intérieure des cavités à parois entrainées en considérant différentes combinaisons de gradients de température et de concentrations imposés. Al-Amiri et al. [1] ont étudié la convection mixte à

l'intérieur d'une cavité sous l'effet combiné des gradients de température et de masse. Leurs résultats montrent la gamme de paramètre de contrôle où les taux de transfert de chaleur et de masse atteignent des valeurs élevées pour un nombre de Richardson donné. Saha et al. [2] ont étudié le problème de la convection mixte double-diffusive à l'intérieur d'une cavité ventilée avec des sources de chaleur et contaminant discrets appliqués sur la paroi horizontale inférieure. Les équations de conservations régissant le système physique ont été résolues numériquement en utilisant la méthode des éléments finis. Les résultats obtenus montrent que le nombre de Nusselt et de Sherwood moyen dépendent fortement de la position des sources de chaleur et de contaminant. Le transfert de chaleur et de masse par convection mixte dans une enceinte rectangulaire inclinée a été étudié par Teamah et al. [3]. L'influence de l'inclinaison de la cavité sur l'écoulement, le champ thermique et massique est présentée pour une gamme de l'angle d'inclinaison variant en  $0^0$  et  $30^0$ , du nombre de Lewis ( $0.1 \leq Le \leq 10$ ) et du rapport de flotabilité ( $-10 \leq N \leq 10$ ). Ce travail constitue une extension du travail de la référence [3] en imposant partiellement un gradient de température et de concentration sur les deux parois horizontales.

## 2. MODELE MATHEMATIQUE

Le système physique considéré dans cette étude est présenté dans la Figure 1. Il s'agit d'une cavité rectangulaire bidimensionnelle de hauteur  $H$  et longueur  $L$ , de rapport d'aspect  $A = 10$ . La paroi supérieure est partiellement chauffée à  $T_h, C_h$  et la paroi inférieure à  $T_c, C_c$  où  $T_h > T_c$  et  $C_h > C_c$ . Le reste des deux parois horizontales et les parois verticales sont considérés adiabatiques et imperméables au transfert de masse. La longueur de la partie active est ( $l = L/2$ ). Le fluide est de l'eau supposé incompressible et Newtonien. La dissipation visqueuse est négligée. L'approximation de Boussinesq est valide  $\rho = \rho_0 [1 - \beta_T (T - T_c) - \beta_S (C - C_c)]$ .

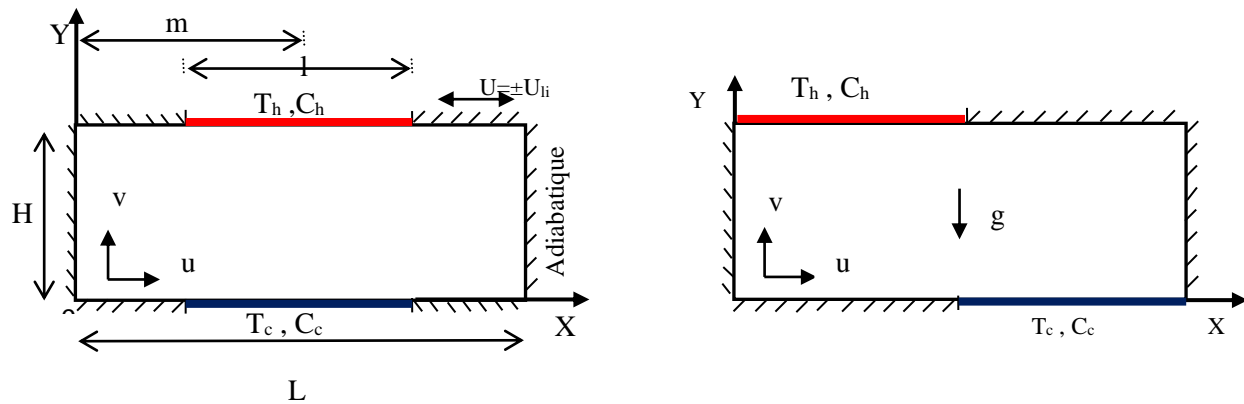


FIGURE 1. Diagramme schématique du système physique étudié et emplacements des zones actives

Les équations gouvernant le problème sont :

$$\frac{\partial U}{\partial X} + \frac{\partial V}{\partial Y} = 0 \quad (1)$$

$$U \frac{\partial U}{\partial X} + V \frac{\partial U}{\partial Y} = -\frac{\partial P}{\partial X} + \frac{1}{Re} \left( \frac{\partial^2 U}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial Y^2} \right) + \frac{Gr}{Re} (\theta + NC) \sin \gamma \quad (2)$$

$$U \frac{\partial V}{\partial X} + V \frac{\partial V}{\partial Y} = -\frac{\partial P}{\partial Y} + \frac{1}{Re} \left( \frac{\partial^2 V}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial Y^2} \right) + \frac{Gr}{Re} (\theta + NC) \cos \gamma \quad (3)$$

$$U \frac{\partial \theta}{\partial X} + V \frac{\partial \theta}{\partial Y} = \frac{1}{Re \cdot Pr} \left( \frac{\partial^2 \theta}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial Y^2} \right) \quad (4)$$

$$U \frac{\partial C}{\partial X} + V \frac{\partial C}{\partial Y} = \frac{1}{Sc.Re} \left( \frac{\partial^2 C}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 C}{\partial Y^2} \right) \quad (5)$$

Conditions aux limites :

$$U=\pm 1, V=0, \theta=1, C=1, M-\frac{1}{2} \leq X \leq M+\frac{1}{2}, Y=1, U=V=0, \theta=0, C=0, M-\frac{1}{2} \leq X \leq M+\frac{1}{2}, Y=0 \quad (6)$$

$$U=\pm 1, V=0, \frac{\partial \theta}{\partial Y} = \frac{\partial C}{\partial Y} = 0, 0 \leq X \leq M-\frac{1}{2}, M+\frac{1}{2} \leq X \leq A, Y=1 \quad (7)$$

$$U=V=0, \frac{\partial \theta}{\partial Y} = \frac{\partial C}{\partial Y} = 0, 0 \leq X \leq M-\frac{1}{2}, M+\frac{1}{2} \leq X \leq A, Y=0, U=V=0, \frac{\partial \theta}{\partial X} = \frac{\partial C}{\partial X} = 0, X=0, A, 0 \leq Y \leq 1 \quad (8)$$

### 3. VALIDATION DU CODE DE CALCUL

La validation du code de calcul élaboré est obtenue en comparant nos résultats avec ceux de Teamah et al. [3] pour le cas où les deux zones actives sont étalées sur toute la paroi. Sur la figure 2 nous présentons l'influence du rapport des deux forces de flotabilité sur les nombres de Nusselt et de Sherwood moyens pour un angle d'inclinaison égale à zéro, tandis que l'évolution des ces deux nombres en fonction de l'angle d'inclinaison pour les deux directions de mouvement de la paroi mobile est présentée sur la figure 3. En se basant sur ces deux figures, nous constatons que notre code de calcul reproduit les résultats de la référence [3].

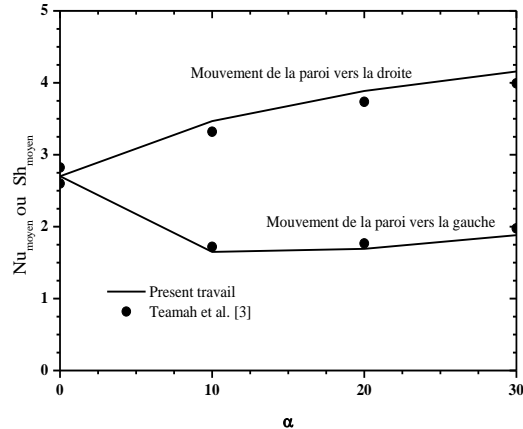
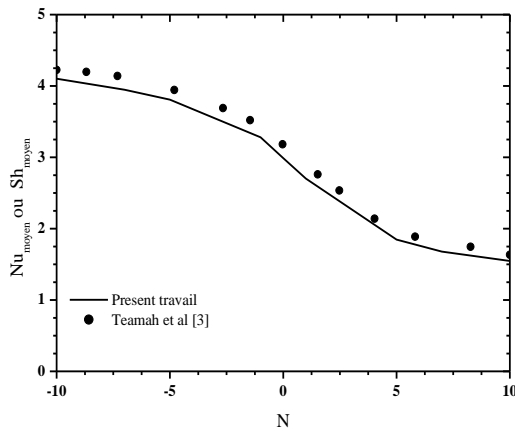


FIGURE 2. Nusselt et Sherwood moyens en fonction de  $N$ .  $Pr = 6, Le = 1, Ra = 6 \times 10^4, Re = 100$ .

FIGURE 3. Nusselt et Sherwood moyens en fonction de  $\alpha$ .  $N = 1, Pr = 6, Le = 1, Ra = 6 \times 10^4, Re = 100$ .

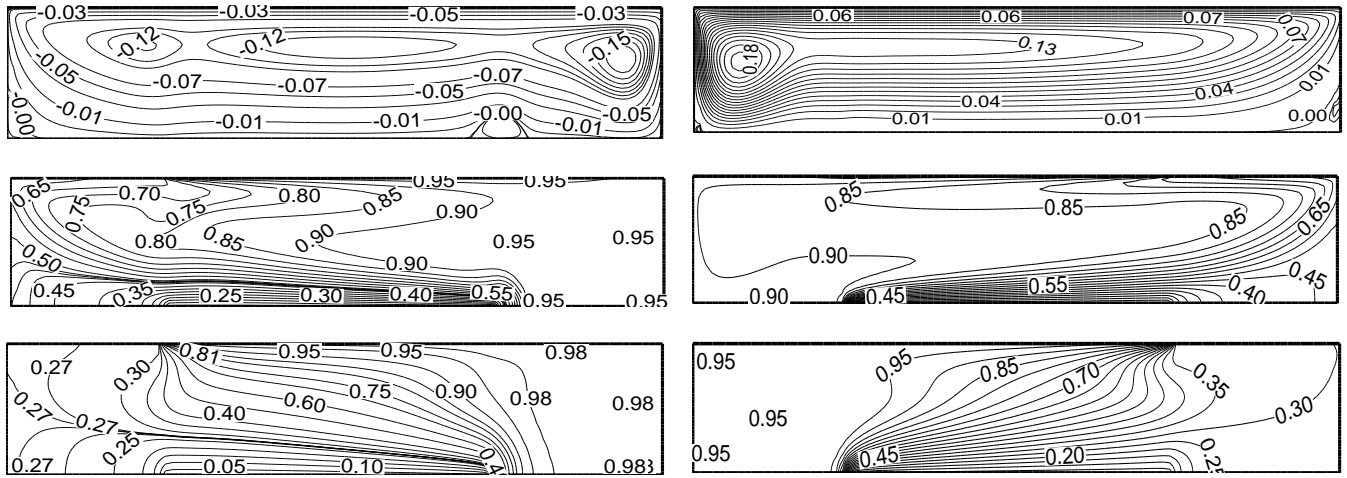
## 4. RESULTATS

### 4.1. Chauffage centré

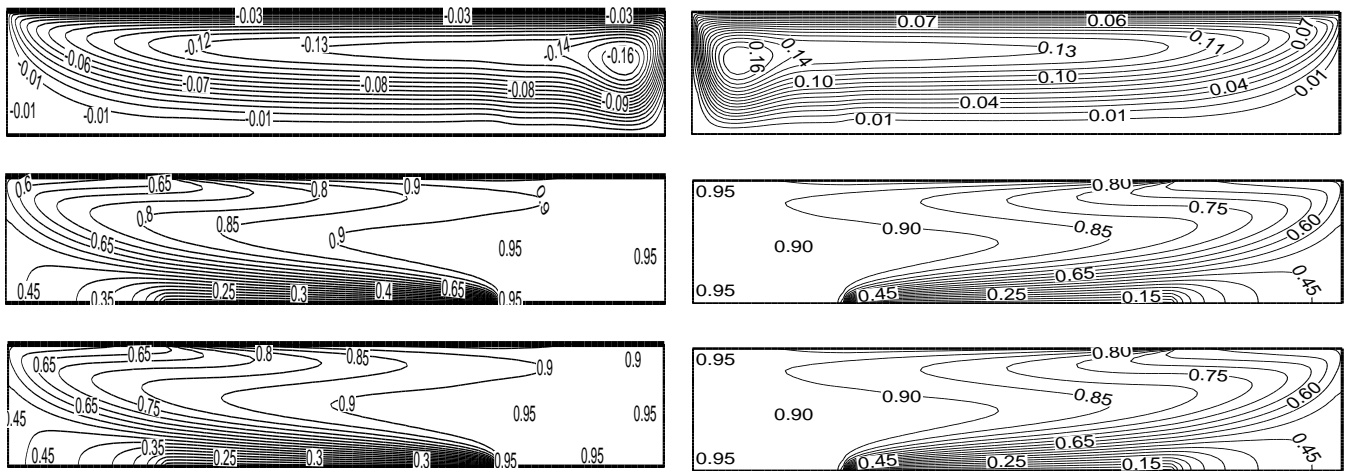
L'influence du nombre de Lewis sur les contours de la fonction de courant, les isothermes et les iso-concentrations pour les deux sens de déplacement de la paroi supérieure est présentée sur la figure 4. D'une manière globale, le champ d'écoulement est caractérisé par une cellule principale due à l'entraînement de la paroi mobile circulant dans le sens horaire pour ( $U = +1$ ) et dans le sens antihoraire pour ( $U = -1$ ).

Par ailleurs, à faible nombre de Lewis ( $Le = 0.1$ ) on s'aperçoit que l'écoulement relatif au cas où  $U = +1$  est multicellulaire, alors que les lignes de concentration montrent une stratification verticale beaucoup plus prononcée pour le cas où la paroi mobile se déplace vers la droite ( $U = +1$ ). Au fur et à mesure que le nombre de

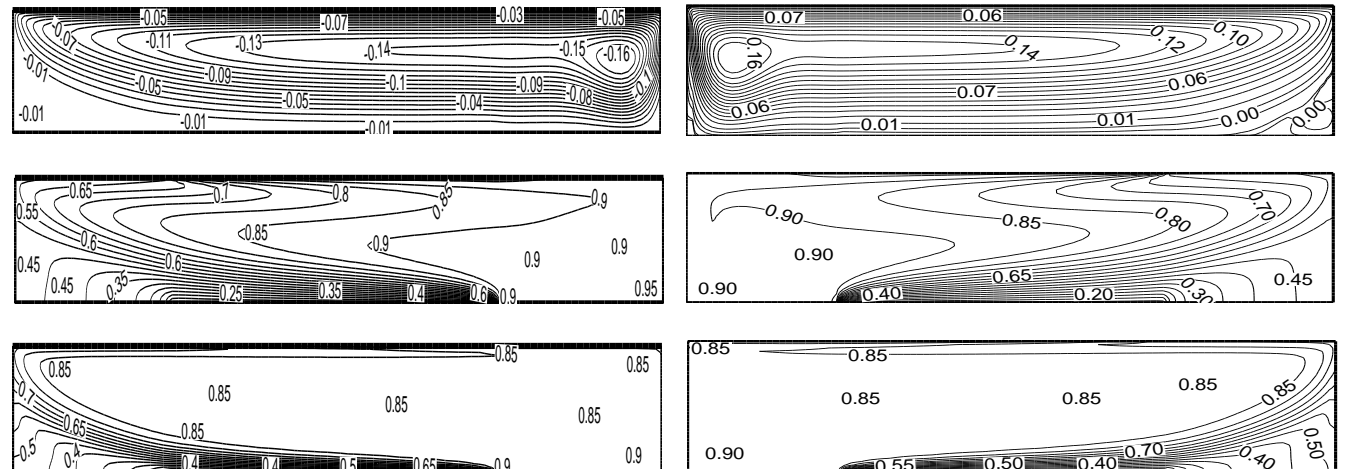
Lewis augmente, la concentration devient de plus en plus homogène sur une large partie de la cavité et une couche limite solutale de plus en plus mince est observée au-dessous de la paroi active inférieure.



Le = 0.1



Le = 1



Le = 10

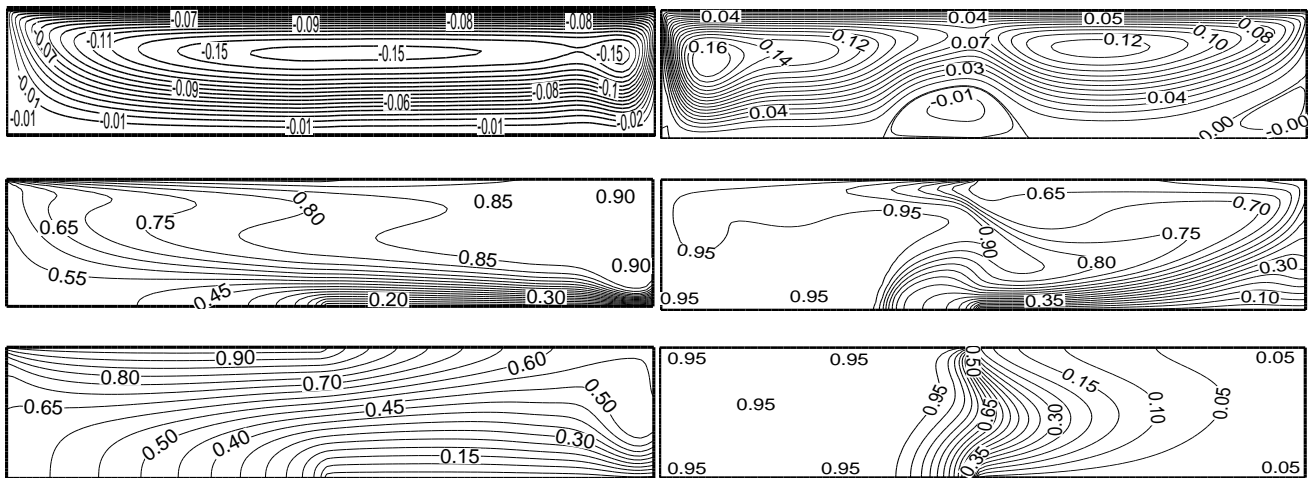
(a)

(b)

FIGURE 4. Fonction de courant, des isothermes et des iso-concentrations.  $Gr = 10^4$ ,  $Re = 10^2$ ,  $Pr = 6$ ,  $N = 1$ ,  
(a)  $U = +1$ ; (b)  $U = -1$ .

#### 4. 2. Chauffage en amont

Dans ce cas, nous nous sommes limité à la présentation des champs dynamique, thermique et de concentration pour  $Le = 0.1$ . Dans ce cas, le caractère multicellulaire est obtenu lorsque le mouvement de la paroi mobile est dirigé vers la gauche ( $U = -1$ ) où nous constatons deux cellules dans le sens horaires dues à l'entrainement de la paroi mobile et deux autres cellules secondaires de faible intensité attachées à la paroi inférieure immobile. Pour les autres valeurs de Lewis le régime monocellulaire domine de nouveau comme pour le cas où les zones actives sont localisées au milieu des deux plaques horizontales. La distribution des lignes de concentration montre que contrairement au cas précédent, seul le cas relatif à  $U = +1$  montre une stratification verticale. Le cas relatif à  $U = -1$  montre une distorsion importante des lignes d'isoconcentration.



Le = 0.1

(a)

(b)

FIGURE 5. Fonction de courant, isotherme et iso-concentration pour  $Gr = 10^4$ ,  $Re = 10^2$ ,  $Pr = 6$ ,  $N = 1$ .  
(a)  $U = +1$ ; (b)  $U = -1$ .

#### 4. 2. Influence du nombre de Lewis et de l'angle d'inclinaison sur $Sh_{moy}$ et $Nu_{moy}$

Afin de montrer l'influence des deux positions des deux zones actives et de la direction du mouvement de la paroi mobile, nous présentons sur la figure 6 les nombres de Nusselt et de Sherwood moyens en fonction du nombre de Lewis. On constate que la position des zones actives et la direction du mouvement de la paroi mobile affecte considérablement les taux de transfert de chaleur et de masse, en particulier pour le cas d'un chauffage en amont. Cependant, le cas d'un chauffage centré présente les mêmes taux de transfert pour les deux directions de mouvement de la paroi mobile. On constate aussi que le nombre de Nusselt moyen présente des valeurs quasi-uniformes pour des valeurs de Lewis,  $Le \geq 2$ .

L'influence de l'angle d'inclinaison sur  $Sh_{moy}$  ou  $Nu_{moy}$  pour  $Le = 1$ ,  $N = 1$  est présentée sur la figure 7. On s'aperçoit que le taux de transfert de chaleur ou de masse est plus important dans le cas où la directions du mouvement de la paroi mobile est dirigée vers la droite. Néanmoins, au delà de  $\gamma \geq 10^\circ$ , le taux de transfert présente une faible dépendance à l'angle d'inclinaison indépendamment de la position de la zone active et de la direction du mouvement de la paroi mobile.

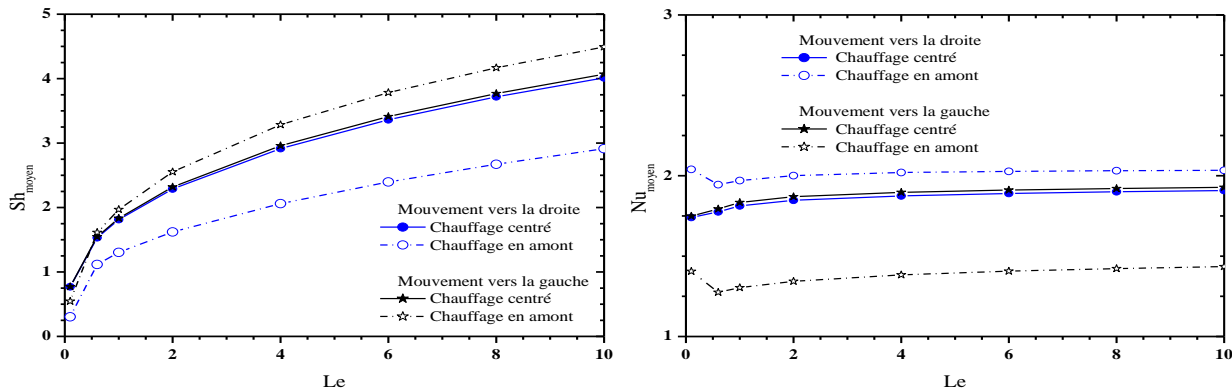


FIGURE 6. Influence du nombre de Lewis sur Nusselt et Sherwood moyens.  $Gr = 10^4$ ,  $Re = 100$ ,  $Pr = 6$ ,  $N = 1$ ,  $\gamma = 0^0$ .

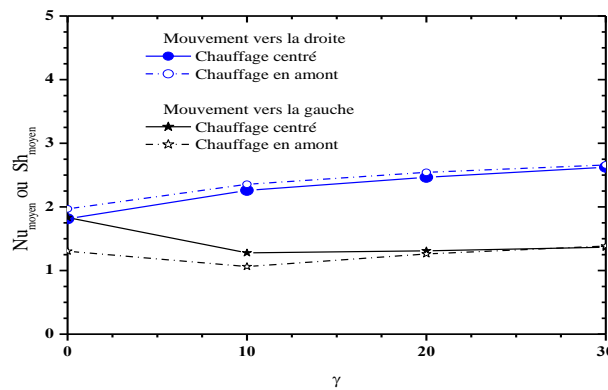


FIGURE 7. Influence de l'inclinaison sur Nusselt et Sherwood moyens.  $Gr = 10^4$ ,  $Re = 100$ ,  $Pr = 6$ ,  $N = 1$ ,  $Le = 1$ .

## 5. CONCLUSIONS

Dans ce travail, la convection mixte thermosolutale dans une cavité rectangulaire remplie d'un mélange binaire est soumise à un chauffage local est examinée par voie numérique en utilisant la méthode des volumes finis. Lorsque le nombre de Lewis est inférieur à 1, le régime d'écoulement est multicellulaire pour le cas d'un chauffage centré lorsque la direction du mouvement de la paroi mobile est dirigée vers la droite et pour le cas d'un chauffage en amont lorsque la direction du mouvement de la paroi mobile est dirigée vers la gauche. La direction du mouvement de la paroi mobile affecte considérablement les taux de transfert de chaleur et de masse, en particulier pour le cas d'un chauffage en amont.

## REFERENCES

- [1] A.M. Al-Amiri, K.M. Khanfar, and I. Pop, Numerical simulation of combined thermal and mass transport in a square lid-driven cavity, *International Journal of Thermal Sciences*, 46, 662-671, 2007.
- [2] S. Saha, M.N. Hassan, and I.A. Khan, Double Diffusive Mixed Convection Heat Transfer Inside a Vented Square Cavity, *Chemical Engineering Research Bulletin*, 13, 17-24, 2009.
- [3] M.A. Teamah, M.M. Sorour, W.M, El-Maghlany, and A. Afifi, Numerical Simulation of Double Diffusive Laminar Mixed Convection in Shallow Inclined Cavities with Moving Lid, *Alexandria Engineering Journal*, 52, 227-239, 2013.