

PRODUCTION D'ENTROPIE DANS UN FLUIDE VISCOELASTIQUE DANS UN MILIEU POREUX SUR UNE SURFACE EXTENSIBLE EN PRESENCE D'UN CHAMP MAGNETIQUE

BENTEBBA Aïcha¹, SAOULI Salah²

¹Université des sciences et de la technologie Houari-Boumediène- Laboratoire des Sciences du Génie des Procédés Industriels, BP 32 El Alia, 16111 Bab Ezzouar, Alger-Algérie, aicha.bentebba@gmail.com

²Centre universitaire Abdelhafid Boussouf Mila, 43000,sveralgk@yahoo.fr

RÉSUMÉ

Une analyse de la production d'entropie au sein d'un fluide viscoélastique dans un milieu poreux sur une surface extensible en présence d'un champ magnétique transversal est effectuée. Le fluide est supposé incompressible et conducteur et ayant des propriétés thermo-physiques constantes. L'écriture des équations de la couche limite hydrodynamique et thermique et leur résolution permettent de quantifier la production d'entropie ou l'irréversibilité dans ce type d'écoulement. On a constaté que la conception optimale et l'exécution efficace du système d'écoulement peut être améliorée par la capacité d'identifier clairement les sources et les endroits de génération d'entropie. Les résultats actuels montrent que l'optimisation de la génération d'entropie dans le système d'écoulement peut être réalisée avec le choix et la combinaison appropriés des divers paramètres adimensionnels tels que le paramètre viscoélastique (K), le paramètre combiné (C), le nombre de Hartman (Ha), le nombre d'Eckert (Ec), le nombre de Prandtl (Pr), etc.

Mots Clés : fluide viscoélastique, production d'entropie, milieu poreux, surface extensible, champ magnétique.

NOMENCLATURE

Symboles :

A constant, K

B facteur d'extensibilité de la surface, s⁻¹

B₀ champ magnétique uniforme, Wb.m⁻²

Br nombre de Brinkman, $Br = \mu u_x^2 / k \Delta T$

C paramètre combiné, $C = \lambda B_0^2 / \rho B + \nu / k_1 B$

C_p chaleur spécifique, J.kg⁻¹.K⁻¹

Da nombre de Darcy, $Da = l / \sqrt{k}$

E nombre d'Eckert, $E = B^2 l^2 / AC_p$

f fonction adimensionnelle,

Ha nombre de Hartman, $Ha = B_0 l \sqrt{\lambda / \mu}$

k conductivité thermique, W.m⁻¹.K⁻¹

k₁ perméabilité de milieu poreux, m²

K paramètre viscoélastique, $K = \alpha_1 B / \mu$

l longueur caractéristique, m

M fonction de Kummer,

N_S nombre de production d'entropie, $N_S = S_G / S_{G0}$

Pr nombre de Prandtl, $Pr = \mu C_p / k$

Q taux de la chaleur interne généré ou absorbée, W.m⁻³.K⁻¹

R résistance de Darcy, N/m³

Re_l nombre de Reynolds, $Re_l = u_l l / \nu$

S_G taux volumétrique local de production d'entropie, W.m⁻³.K⁻¹

S_{G0} taux caractéristique de la production d'entropie, W.m⁻³.K⁻¹

T température, K

\vec{T} tenseur des contraintes, Pa

u vitesse axiale, m.s⁻¹

u_l vitesse basée sur la longueur caractéristique, m.s⁻¹

u_s vitesse de la surface extensible, m.s⁻¹

v vitesse transversale, m.s⁻¹

\vec{V} vecteur de vitesse, m.s⁻¹

x distances axiales, m

X distance adimensionnelle axiale, $X = x/l$

y distance transversale, m

Lettres grecques :

α constante positive,
 β paramètre de source de la chaleur, $\beta = Q/B\rho C_p$
 γ déformation,
 ΔT différence de la température, $\Delta T = T_S - T_\infty$
 η variable adimensionnel, $\eta = (B/\nu)^{1/2} y$
 θ température adimensionnelle,
 $\theta(\eta) = T - T_\infty / T_S - T_\infty$
 λ conductivité électrique, $\Omega^{-1}.m^{-1}$
 μ viscosité dynamique, Pa.s

ν viscosité cinématique, $m^2.s^{-1}$
 ξ variable adimensionnel $\xi = -re^{-m\eta}$,
 ρ densité de fluide, $kg.m^{-3}$
 σ contrainte, Pa
 Ω différence de la température adimensionnelle,
 $\Omega = \Delta T / T_\infty$

Indices

s surface.
 ∞ loin de la surface

1. INTRODUCTION

Ces dernières décennies, les fluides viscoélastiques ont fait l'objet de recherches poussées. Ils sont caractérisés par le fait que leur réponse à une déformation présente à la fois un caractère visqueux et un caractère élastique. Pour ces fluides, les lois constitutives proposées impliquent des équations aux dérivées partielles avec des termes non linéaires d'ordre supérieur à celui de la non-linéarité présente dans les équations de Navier-Stokes, ce qui rend l'étude du problème beaucoup plus compliquée. La classe la plus simple des fluides viscoélastiques est les fluides du second degré pour lesquels on peut raisonnablement obtenir une solution analytique [1]. D'ailleurs, la modélisation de l'écoulement des fluides viscoélastiques et le transfert thermique dans ces fluides est importante pour comprendre et prévoir le comportement des processus et ainsi pour concevoir des configurations optimales d'écoulement et ainsi choisir les conditions de fonctionnement. Pendant une longue période, les méthodes d'optimisation des systèmes thermiques ont été largement basées sur des critères énergétiques. Cependant, peu à peu, l'intérêt s'est porté sur l'analyse exégétique ou entropique, qui paraissent l'une et l'autre souvent mieux adaptées à ce qu'il est convenu d'appeler avec le vocabulaire actuel « Développement durable »[1]. Le but de cet article est de calculer la production d'entropie au sein d'un fluide viscoélastique dans un milieu poreux sur une surface extensible en présence d'un champ magnétique transversal. Le fluide est supposé incompressible et conducteur et ayant des propriétés thermo-physiques constantes.

2. MODELE MATHEMATIQUE

Dans un système bidimensionnelle (x, y) on considère un écoulement stationnaire, laminaire dans un milieu poreux d'un fluide incompressible viscoélastique et conducteur causé par une surface extensible en présence d'un champ uniforme magnétique transversal. Le fluide occupe le dessus de la surface extensible $y > 0$. Comme le fluide est conducteur, la force de Lorentz doit être prise en considération dans les équations du mouvement quand il y a un champ magnétique qui agit sur le fluide.

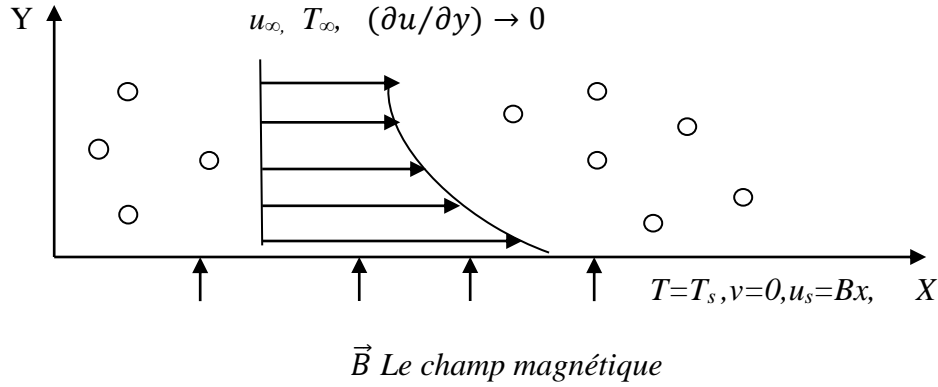


FIGURE 1. La géométrie du problème

Les équations de continuité et de quantité de mouvement de cet écoulement sont :

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \quad (1)$$

$$u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = \nu \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\alpha_1}{\rho} \left[\frac{\partial}{\partial x} \left(u \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right) + \frac{\partial u}{\partial y} \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} + v \frac{\partial^3 u}{\partial y^3} \right] - \frac{\lambda B_0^2}{\rho} u - \frac{\nu}{k_1} u \quad (2)$$

Nous avons supposé que le gradient de pression est absent quand l'écoulement est induit par la surface extensible. Les conditions aux limites appropriées sont :

$$y = 0, \quad B > 0, \quad u = Bx, \quad v = 0 \quad (3.a)$$

$$y \rightarrow \infty, \quad u \rightarrow u_\infty, \quad \frac{\partial u}{\partial y} \rightarrow 0 \quad (3.b)$$

L'équation de l'énergie est donnée par :

$$\rho C_p \left(u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} \right) = k \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \mu \left(\frac{\partial u}{\partial y} \right)^2 + \alpha_1 \frac{\partial u}{\partial y} \frac{\partial}{\partial y} \left(u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} \right) + Q(T - T_\infty) \quad (4)$$

$$y = 0; \quad T = T_s = T_\infty + A \left(\frac{x}{l} \right)^2 \quad (5.a)$$

$$y = \infty; \quad T \rightarrow T_\infty \quad (5.b)$$

Pour l'équation (2), une solution analytique est possible si on introduit la transformation suivante [2], [3] :

$$u = Bx f'(\eta) \quad v = -(B\nu)^{1/2} f(\eta) \quad \eta = (B/\nu)^{1/2} y$$

L'équation (2) devient :

$$f'^2 - f f'' = f''' + K(2f' f''' - f''^2 - f f^{IV}) - C f' \quad (6)$$

La solution exacte de cette équation est :

$$f(\eta) = \frac{1}{m} (1 - e^{-m\eta}) \quad (7)$$

$$\eta = 0, \quad f = 0, \quad f' = 1 \quad \text{et} \quad \eta \rightarrow \infty \quad f' \rightarrow 0, \quad f'' \rightarrow 0$$

Les composants de la vitesse sont :

$$u = Bx e^{-m\eta}; \quad v = -(B\nu)^{1/2} (1 - e^{-m\eta})/m$$

$m = \sqrt{(1+C)/(1+K)}$: est le paramètre lié à la viscoélasticité du fluide du second degré, la perméabilité du milieu poreux et la contribution du champ magnétique.

Définissons la température adimensionnelle par :

$$\theta(\eta) = \frac{T-T_\infty}{T_s-T_\infty} \quad (8)$$

L'équation (4) devient : $\theta'' + Prf\theta' - Pr(2f' - \beta)\theta = -PrE[(f'')^2 + Kf''(f'f'' - ff''')] \quad (9)$
 $\theta(0) = 1, \theta(\infty) = 0$

On remplace l'équation (7) dans (9) et on fait la transformation suivante [2] :

$\xi = -re^{-m\eta}$ avec $r = Pr/m^2$ on trouve [2] :

$$\xi \frac{d^2\theta}{d\xi^2} + (1-r-\xi) \frac{d\theta}{d\xi} + \left(2 + \frac{\beta r}{\xi}\right)\theta = -\frac{PrE(1+K)\xi}{r^2} \quad (10)$$

$$\theta(-r) = 1 \text{ et } \theta(0^-) = 0$$

L'équation (10) peut être transformée en norme standard confluite hypergéométrique ou l'équation du Kummer, [2], [4]. La solution satisfaisant (10) est donnée par :

$$\theta(\xi) = (1+H)\left(\frac{\xi}{-r}\right)^{\frac{r+s}{2}} \frac{M\left(\frac{r+s-4}{2}, s+1, \xi\right)}{M\left(\frac{r+s-4}{2}, s+1, -r\right)} - H\left(\frac{\xi}{-r}\right)^2 \quad (11)$$

$$s = r \sqrt{1 - \frac{4\beta}{r}} \quad H = \frac{EPr(1+K)}{4-2r+\beta r} \quad M(a, b, \xi) = 1 + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(a)_n}{(b)_n n!} \xi^n$$

$$(a)_n = a(a+1)(a+2) \dots (a+n-1) \quad \text{Et} \quad (b)_n = b(b+1)(b+2) \dots (b+n-1)$$

La solution (11) peut écrire en fonction de η sous la forme suivante :

$$\theta(\eta) = (1+H)e^{-\frac{(r+s)m\eta}{2}} \frac{M\left(\frac{r+s-4}{2}, s+1, -re^{-m\eta}\right)}{M\left(\frac{r+s-4}{2}, s+1, -r\right)} - He^{-2m\eta} \quad (12)$$

Le taux caractéristique de la production d'entropie est [4], [6], [7] :

$$S_{G_0} = \frac{k(\Delta T)^2}{l^2 T_\infty^2} \quad (13)$$

Le taux volumétrique local de production d'entropie est [4] :

$$S_G = \frac{k}{T_\infty} \left[\left(\frac{\partial T}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial T}{\partial y}\right)^2 \right] + \frac{\mu}{T_\infty} \left(\frac{\partial u}{\partial y}\right)^2 + \frac{\lambda B_0^2}{T_\infty} u^2 + \frac{\mu}{k_1 T_\infty} (\vec{V})^2 \quad (14)$$

Le nombre de production d'entropie peut se mettre sous la forme suivante :

$$N_S = \frac{S_G}{S_{G_0}} = \frac{4}{X^2} \theta^2 + Re_l \theta'^2 + \frac{Br Re_l}{\Omega} f''^2 + \frac{Br}{\Omega} (Ha^2 + Da^2) f'^2 - \frac{Br Da^2}{\Omega X^2 Re_l} f^2 \quad (15)$$

3. RESULTATS

La figure 2 montre les variations du nombre de production d'entropie en fonction de η pour différentes valeurs du paramètre combiné. Pour une valeur fixe de η le nombre de production d'entropie augmente avec le paramètre combiné. La présence du champ magnétique crée une production d'entropie additionnelle dans le fluide, dans la figure 3 le nombre de production d'entropie diminue avec l'augmentation du paramètre viscoélastique. Une augmentation du paramètre viscoélastique entraîne une diminution de la viscosité ce qui résulte dans une diminution de la production d'entropie due à la dissipation visqueuse. Pour une épaisseur donnée, la production d'entropie diminue avec l'augmentation du nombre de Prandtl dans la figure 4 cela est dû au fait que la température diminue avec l'augmentation du nombre de Prandtl. Dans la figure 5 L'augmentation

du nombre de Reynolds augmente la contribution de la génération d'entropie due au frottement du fluide et au transfert thermique dans la couche limite.

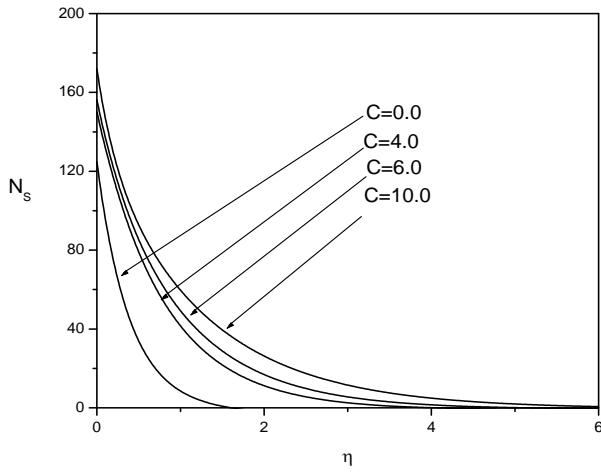


FIGURE 2. L'effet du paramètre combiné sur la production d'entropie ($K=1.0$, $Pr=1.0$, $\beta=0.01$, $Re_L=10.0$, $Ha=1.0$, $X=0.2$, $E=0.1$, $Da=1.0$, $Br\Omega^{-1}=1.0$).

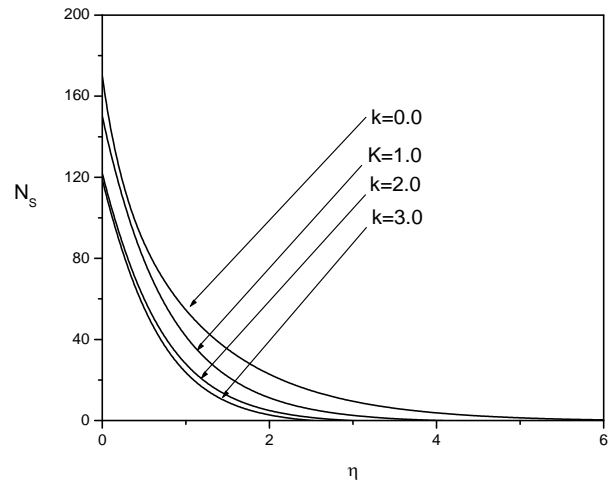


FIGURE 3. L'effet du paramètre viscoélastique sur la production d'entropie ($C=4.0$, $Pr=1.0$, $\beta=0.01$, $Re_L=10.0$, $Ha=1.0$, $X=0.2$, $E=0.1$, $Da=1.0$, $Br\Omega^{-1}=1.0$).

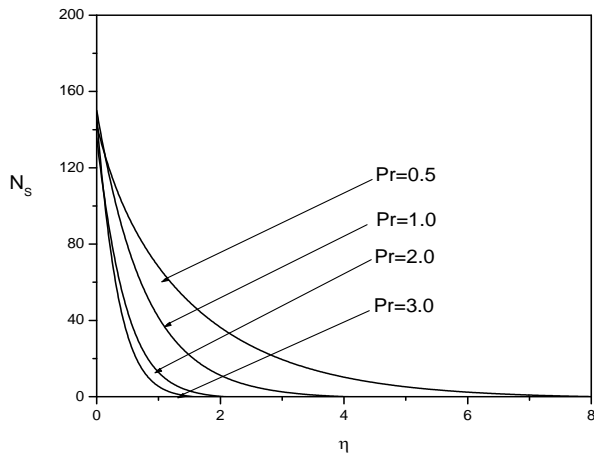


FIGURE 4. L'effet du nombre de Prandtl sur la production d'entropie ($C=4.0$, $K=1.0$, $\beta=0.01$, $Re_L=10.0$, $Ha=1.0$, $X=0.2$, $E=0.1$, $Da=1.0$, $Br\Omega^{-1}=1.0$).

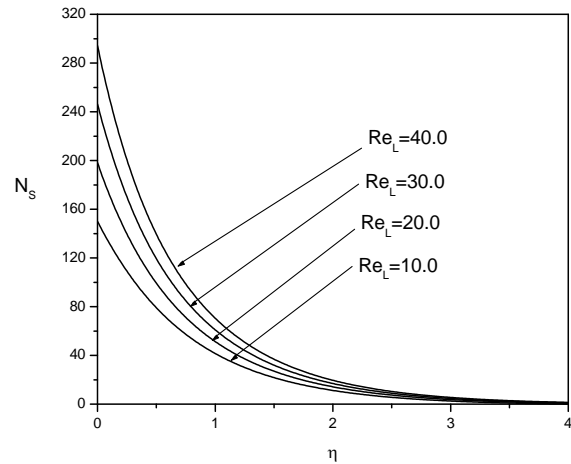


FIGURE 5. L'effet du nombre de Reynolds sur la production d'entropie ($C=4.0$, $K=1.0$, $\beta=0.01$, $Pr=1.0$, $Ha=1.0$, $X=0.2$, $E=0.1$, $Da=1.0$, $Br\Omega^{-1}=1.0$).

4. CONCLUSION

Conformément aux résultats obtenus, les conclusions suivantes peuvent être tirées:

- Le nombre de production d'entropie dépend de plusieurs paramètres tels que le nombre de Reynolds, le nombre de Hartmann, le nombre de Prandtl et de Darcy et également le paramètre combiné et le paramètre viscoélastique et aussi le groupe adimensionnel et la longueur caractéristique.
- Le nombre de production d'entropie augmente avec l'augmentation du nombre de Reynolds et également avec le paramètre combiné mais diminue avec le nombre de Prandtl.
- La surface extensible est une forte source de génération d'entropie et d'irréversibilité.
- La conception optimale et l'exécution efficace d'un système comportant un fluide en écoulement peuvent être réalisées par la capacité d'identifier clairement les sources et les endroits de génération d'entropie avec le choix et la combinaison appropriés des divers paramètres adimensionnels tels que le paramètre viscoélastique (K), le paramètre combiné (C), le nombre de Hartman (Ha), le nombre d'Eckert (Ec), le nombre de Prandtl (Pr), etc.

REFERENCES

- [1] Hayat T., Saif S., Abbas Z., The influence of heat transfer in an MHD second grade fluid film over an unsteady stretching sheet, *Physics Letters A* pp. 01-09,(2008).
- [2] Chung Liu I., Flow and heat transfer of an electrically conducting fluid of second grade in a porous medium over a stretching sheet subject to a transverse magnetic field, *International Journal of Non-Linear Mechanics*, volume 40, pp. 465 – 474,(2005).
- [3] Saouli S., Aïboud S., Entropy generation in viscoelastic fluid over a stretching surface, Thermodynamics systems in equilibrium and non–equilibrium, Publier par *InTech Janeza Trdine 9*, 51000 Rijeka, Croatia (2011).
- [4] MacDonald A. D., Properties of the confluent hypergeometric function, *Research laboratory of electronics, Massachusetts Institute of Technology*, (1948).
- [5] Eldabe N. T. M., Mohamed M. A. A., Heat and mass transfer in hydromagnetic flow of the non-Newtonian fluide with heat source over an accelerating surface through a porous medium, *Chaos solition and Fractals*, volume 13, pp.907-917,(2002).
- [6] Mahmud S., Fraser R. A., Magnetohydrodynamic free convection and entropy generation in a square porous cavity, *International Journal of Heat and Mass Transfer* ,volume 47, pp.3245–3256 (2004).
- [7] Makinde O. D., Second law analysis for variable viscosity hydromagnetic boundary layer flow with thermal radiation and newtonian heating, *Entropy*, volume 13, pp.1446-1464, (2011).